

Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira
Daniel Facciolo Pires
Marinês Santana Justo Smith
Silvia Regina Viel
Welton Roberto Silva (Orgs.)

EDUCAÇÃO: a busca de caminhos para
compreensão e enfrentamento
do “novo” na Matemática

Coleção Ciência e Desenvolvimento
42

ISBN VOLUME



ISBN COLEÇÃO



DOI **10.29327/5385345**



I.C **Uni-FACEF**

Uni-FACEF
Centro Universitário Municipal de Franca

Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira

Daniel Facciolo Pires

Marinês Santana Justo Smith

Sílvia Regina Viel

Welton Roberto Silva (Orgs.)

**EDUCAÇÃO: a busca de caminhos para compreensão
e enfrentamento do “novo” na Matemática**

ISBN 978-65-88771-50-1

DOI 10.29327/5385345

FRANCA
Uni-FACEF
2023

Corpo Diretivo**REITOR**

Prof. Dr. Alfredo José Machado Neto

VICE-REITOR

Prof. Dr. João Baptista Comparini

PRÓ-REITOR DE ADMINISTRAÇÃO

Prof. Dr. José Alfredo de Pádua Guerra

PRÓ-REITORA ACADÊMICA

Profª Drª Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira

PRÓ-REITORA DE EXTENSÃO COMUNITÁRIA E DESENVOLVIMENTO

Profª. Drª. Melissa Franchini Cavalcanti Bandos

PRÓ-REITOR DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Sílvio Carvalho Neto

COORDENADOR DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU

Profª. Drª. Marinês Santana Justo Smith

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE ADMINISTRAÇÃO

Prof. Me. Cyro de Almeida Durigan

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS

Prof. Dr. Orivaldo Donzelli

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE ENFERMAGEM

Profª. Drª Márcia Aparecida Giacomini

**CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE COMUNICAÇÃO SOCIAL – Publicidade e
Propaganda**

Profª. Ma. Fúlvia Nassif Jorge Facury

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Prof. Me. Anderson Fabrício Mendes

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Prof. Dr. Flávio Henrique de Oliveira Costa

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE LETRAS

Profª Drª Maria Eloísa de Sousa Ivan

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE MATEMÁTICA

Prof. Drª Sílvia Regina Viel

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE MEDICINA

Profª Dr. Frederico Alonso Sabino de Freitas

CHEFE DE DEPARTAMENTO DO CURSO DE PSICOLOGIA

Profª Drª Maria de Fátima Aveiro Colares

CHEFE DE DEPARTAMENTOS DO DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃOProf. Dr. Daniel F. Pires

Comissão Científica

Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira (Uni-FACEF)

Marinês Santana Justo Smith (Uni-FACEF)

Daniela de Figueiredo Ribeiro (Uni-FACEF)

Maria Eloísa de Souza Ivan

Melissa F. Cavalcanti Bandos (Uni-FACEF)

Sílvia Regina Viel (Uni-FACEF)

Daniel F. Pires (Uni-FACEF)

Emerson Rasesa (UFU)

Renato Garcia de Castro (UNICAMP)

Pedro Geraldo Tosi (UNESP)

Carla Roberta Pereira (Open University Business School, Reino Unido / UDESC)

Comissão Organizadora

Alfredo José Machado Neto

Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira

João Baptista Comparini

Melissa Franchini Cavalcanti Bandos

José Alfredo de Pádua Guerra

Sílvio Carvalho Neto

Marinês Santana Justo Smith

Welton Roberto Silva

Leonardo Carloni Rodrigues Meira

Alba Valéria Penteado

Lucas Antônio Santos

© 2023 dos autores

Direitos de publicação Uni-FACEF

www.unifacef.com.br

Coleção: Ciência e Desenvolvimento, v. 42.

O51g

Oliveira, Sheila Fernandes Pimenta e (Orgs.)
EDUCAÇÃO: a busca de caminhos para compreensão e enfrentamento do “novo” na Matemática. / Sheila Fernandes Pimenta e Oliveira; Silvia Regina Viel; Daniel Facciolo Pires; Marinês Santana Justo Smith; Welton Roberto Silva (Orgs.). – Franca: Uni-FACEF; 2023.

126 p.; il.

ISBN Coleção 978-85-5453-017-4

ISBN Volume 978-65-88771-50-1

DOI 10.29327/5385345

1.Multidisciplinar - Fórum. 2. Iniciação Científica. 3.Pesquisa.
4.Metodologia. I.T.

CDD 658

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS.

É proibida a reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio. A violação dos direitos de autor (lei no. 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do código Penal. **Todo o conteúdo apresentado neste livro é de responsabilidade exclusiva de seus autores.**

Editora Uni-FACEF Centro Universitário Municipal de Franca

Associada à ABEC - Associação Brasileira de Editores Científicos

PREFÁCIO

Utilizar o termo novo na área de educação é, muitas vezes, redundante, já que todos os dias temos novas salas de aula, pois nossos alunos se transformam diariamente, com novos questionamentos, e são múltiplos os olhares e pontos de vista, os quais são sempre diferentes das turmas anteriores, são novos os comportamentos e desafios impostos pelos estudantes e pela comunidade.

Assim, este livro, que é fruto do XVII Fórum de Estudos Multidisciplinares, evento ocorrido de 24 a 26 de maio de 2023, no Centro Universitário Municipal de Franca – Uni-FACEF, momento em que ocorrem simultaneamente o XVII Congressos de Iniciação Científica, o XI Encontro de Iniciação Tecnológica e Inovação, o IV EnPET-Saúde, o XII Encontro de Iniciação à Docência e o II Encontro de Iniciação Científica Júnior, e onde foram apresentados quase 120 trabalhos, se propõe a pensar sobre os “novos” desafios do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Desta forma, alguns capítulos deste livro permeiam questões pedagógicas da sala de aula de Matemática como a utilização da geometria para abordar equações do segundo grau; as dificuldades e obstáculos no processo de aprendizagem de trigonometria, a construção de um material didático manipulável para o ensino da circunferência trigonométrica, as discussões sobre os diferentes níveis de proficiência matemática evidenciados no contexto pós-pandêmico, na forma de um relato de experiência, voltado para o Ensino Médio e Kahoot como forma de aprendizagem e revisão.

Outros capítulos trazem discussões a respeito de conceitos matemáticos como a geometria plana e a trigonometria, o estudo de Matemática Financeira a partir da utilização de planilhas eletrônicas e ainda uma pesquisa sobre poliedros.

Ainda são evidenciadas questões que sobre as atuais discussões a respeito do comparativo entre a metodologia tradicional e as metodologias ativas no ensino da matemática, o uso da linguagem matemática nas tecnologias e um estudo de documentos que norteiam e orientam a educação básica no Brasil, com ênfase na área de Matemática e suas Tecnologias. Seja em qualquer aspecto evidenciado nos capítulos deste livro, o que se tem como foco é inspirar e entusiasmar para transformar a educação neste “novo” caminho, rumo a Matemática.

Silvia Regina Viel

Docente Uni-FACEF – Centro Universitário Municipal de Franca

SUMÁRIO

A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA TECNOLOGIA.....	7
COMPARAÇÃO ENTRE A METODOLOGIA TRADICIONAL E AS METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: uma análise da literatura.	24
DIFICULDADES E OBSTÁCULOS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: construção de um material didático manipulável para o ensino da circunferência trigonometria.	33
ENSINANDO POR OUTRO CAMINHO: utilizando a geometria para abordar equações do segundo grau.	52
MATEMÁTICA FINANCEIRA COM PLANILHAS ELETRÔNICAS: um relato de experiência.....	82
OS DIFERENTES NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA MATEMÁTICA EVIDENCIADOS NO CONTEXTO PÓS-PANDÊMICO: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO.....	98
UM ESTUDO DOS DOCUMENTOS QUE NORTEIAM E ORIENTAM A EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL: com ênfase na área de Matemática e suas Tecnologias.....	115
ÍNDICE	125

A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA TECNOLOGIA

André Borges Peixoto
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
andreborgespeixoto@gmail.com

Hitalo Vamilton de Oliveira
Graduando e Matemática – Uni-FACEF
hitalo1vamilton.oliveira@hotmail.com

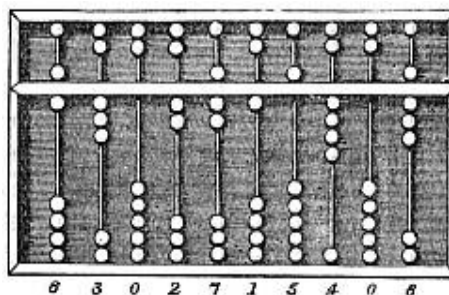
Leticia Silva Machado
Graduanda em Matemática – Uni-FACEF
leticiasilva1996@hotmail.com

Lucas Marques Oliveira
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
lucasmарques123456@hotmail.com

Adriano Henrique Oliveira
Graduado em Administração de Empresas – Uni-Facef (2002)
Formação Pedagógica Especial de Professores (2004) - UNIFRAN
adrianohenriqueoliveira@prof.educacao.sp.gov.br

1 INTRODUÇÃO

Este artigo visa mostrar a importância da matemática para quem deseja seguir na área tecnológica, mostrando a evolução da mesma, desde a utilização dos ábacos, equivalente a nossa calculadora de hoje em dia, e que com o tempo foi se desenvolvendo e ganhando forma. Nos dias de hoje, essa tecnologia está tão avançada, conseguindo realizar rapidamente cálculos que normalmente demoraria horas, além de tarefas como ler e organizar dados. A produção de tickets usa códigos que não podem ser repetidos, para que os computadores façam isso eles precisam de uma sequência lógica onde os números não se repetem. Os códigos são escritos por programadores que utilizam da lógica matemática para criar e desenvolver novas tecnologias buscando facilitar a identificação de objetos, antigamente utilizavam de alguma sequência específica, porém isso era suscetível a falhar pois era calculado manualmente.

Imagem 1: Ábaco

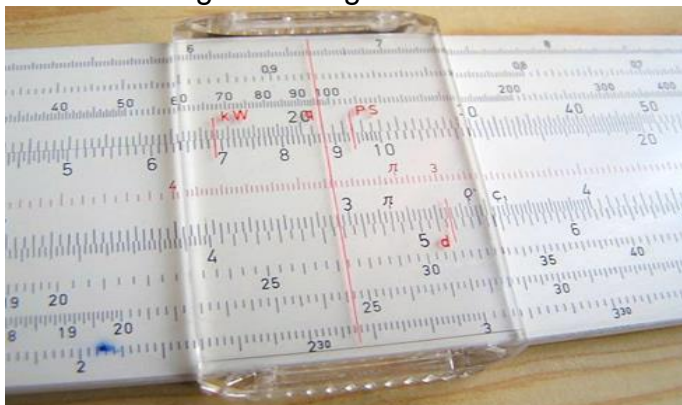
Fonte: WIKIPÉDIA.

2. AS TECNOLOGIAS E SUAS EVOLUÇÕES

Na antiguidade, o ábaco era amplamente utilizado por muitas civilizações para cálculos do dia-a-dia, especialmente nas áreas de comércio e construção civil. Como a primeira ferramenta de cálculo, o ábaco empregava um sistema simples, porém eficaz para resolver problemas matemáticos. Consistia em um conjunto de varetas paralelas com pequenas bolas usadas para contar. O ábaco remonta a 5500 a.C., quando foi utilizado pelos povos da Mesopotâmia. No entanto, este também foi amplamente utilizado por outras culturas, como a Babilônia, o Egito, a Grécia, Roma, Índia, China e Japão, cada uma com sua própria versão, mas mantendo sua essência original. Na Roma antiga, o ábaco era conhecido como "Calculus", termo que deu origem à palavra cálculo. A difusão do ábaco entre essas culturas se deve a dois fatores principais: o contato entre diferentes povos, que levou à sua cópia de um lugar para outro e a necessidade de representação matemática, o que levou à implementação de sistemas de contagem mais práticos no cotidiano (GUGIK,2009).

Na época do Renascimento, os intelectuais mais proeminentes precisavam de métodos mais eficientes para realizar cálculos. Em 1638, o padre inglês William Oughtred criou uma tabela inovadora para efetuar multiplicação de grandes números. Sua invenção baseou-se nas pesquisas sobre logaritmos conduzidas pelo escocês John Napier (GUGIK, 2009). Assim Napier descobriu diversas propriedades matemáticas importantes e as chamou de logaritmos, tornando a multiplicação de valores uma tarefa mais fácil. William Oughtred criou um dispositivo que consistia em uma régua com muitos valores pré-calculados, organizados de tal forma que os resultados pudessem ser acessados automaticamente, com um ponteiro indicando o resultado desejado chamado de Régua do Cálculo (GUGIK, 2009).

Imagem 2: Régua de Cálculo



Fonte: GUGIK, 2009

Boole, um matemático do século XIX, é considerado o pai da lógica moderna e seu trabalho foi fundamental para o desenvolvimento da arquitetura dos computadores atuais. Em 1847, ele criou um sistema lógico que usa apenas dois valores, 0 ou 1, para representar a lógica booleana. O valor "1" representa algo ativo, ligado, existente ou verdadeiro, enquanto o "0" representa o inverso, ou seja, algo não ativo, desligado, não existente ou falso. Para representar valores intermediários, como "mais ou menos" ativo, é possível usar mais de um bit. Por exemplo, 00 pode representar "desligado", 01 pode representar "carga baixa", 10 pode representar "carga moderada" e 11 pode representar "carga alta". A teoria de Boole é a base da lógica dos computadores atuais. (GUGIK, 2009).

Imagem 3: Sistema Lógico de Boole



Fonte: GUGIK, 2009

Durante a primeira metade do século XX, diversos computadores mecânicos foram desenvolvidos, e à medida que o tempo passava, componentes eletrônicos eram adicionados a esses projetos. Em 1931, Vannevar Bush criou um computador que utilizava uma arquitetura binária propriamente dita, empregando os bits 0 e 1. A base decimal exigia que a eletricidade assumisse 10 voltagens diferentes, o que era bastante difícil de ser controlado. Por essa razão, Bush usou a

lógica de Boole, em que apenas dois níveis de voltagem já eram suficientes. A Segunda Guerra Mundial teve um grande impacto no desenvolvimento de computadores, visto que essas máquinas se tornavam cada vez mais úteis na tarefa de decifrar mensagens inimigas e criar novas armas mais inteligentes. Entre os projetos desenvolvidos durante esse período, o Mark I, criado pela Universidade de Harvard (EUA) em 1944, e o Colossus, criado por Allan Turing em 1946, se destacaram. (GUGIK, 2009).

Assim com o passar dos séculos e do desenvolvimento matemático surgiram graças a eles a tão conhecida computação moderna, na qual pertencem a ela os computadores digitais, em outras palavras, os computadores que não utilizam de peças analógicas para funcionar. Desse modo foi-se dividido em três gerações: Primeira Geração (1946-1959), com foco principal do ENIAC (Electrical Numerical Integrator and Calculator), onde a grande novidade da época era que a máquina fazia os cálculos sem a necessidade das pessoas movimentarem essa máquina; Segunda Geração (1959 - 1964), onde o grande foco era a diminuição dos componentes das máquinas, assim as válvulas foram substituídas por transistores fazendo com que os fios parassem de ficar espalhados por todos os cantos como por exemplo o IBM 7030 também denominado por Stretch; e por último, mas não menos importante, a Quarta Geração (1970 até os dias de hoje) que é caracterizada pela popularização dos microprocessadores e computadores pessoais, que se tornaram muito mais acessíveis em termos de preço e tamanho. As CPUs alcançaram velocidades de bilhões de operações por segundo, permitindo a realização de uma ampla gama de tarefas. Os circuitos integrados ficaram cada vez menores e mais integrados, o que possibilitou o surgimento dos microprocessadores. Com o passar do tempo, os computadores pessoais se tornaram cada vez mais acessíveis, e nesta era, os softwares e sistemas se tornaram tão importantes quanto o hardware.

Imagem 4: ENIAC Primeira geração.**Imagem 5: IBM 7030 Segunda Geração.**

Fonte: GUGIK, 2009



Fonte: GUGIK, 2009

Imagem 6: Processadores da Intel - Quarta Geração

Fonte: GUGIK, 2009

Nos dias atuais, a presença dos computadores em nossas vidas é mais proeminente do que nunca. Seja em nossas residências, escolas, universidades, empresas ou em qualquer outro lugar, é comum nos depararmos com a presença deles. Surpreendentemente, a história da computação não é recente, ela remonta a mais de sete mil anos atrás. (GugikGUGIK, 2009). Durante todos esses anos, a evolução da computação tem sido incrivelmente rápida, passando por diversas etapas e transformações. Desde a criação do ábaco, que foi a primeira ferramenta para cálculos matemáticos, até os modernos supercomputadores que realizam operações complexas em frações de segundo, a computação tem mudado a maneira como vivemos e trabalhamos. A tecnologia da informação tem influenciado todos os aspectos da sociedade, da economia e até mesmo da política. Além disso, a rapidez e eficiência com que as informações são processadas e compartilhadas hoje em dia, tem revolucionado a forma como nos comunicamos e interagimos com o mundo ao nosso redor. A evolução da computação tem sido fundamental para o progresso da humanidade e certamente continuará a moldar o nosso futuro.

A Matemática é uma disciplina fundamental para a formação acadêmica e profissional em diversas áreas, incluindo a tecnologia. A habilidade de lidar com números, equações e algoritmos é essencial para quem pretende seguir carreira nesse ramo, uma vez que muitas das aplicações da tecnologia envolvem cálculos e modelagem matemática. Além disso, segundo Sousa e Barros (2020), a matemática é fundamental para quem pretende seguir carreira na área de tecnologia, uma vez que estimula habilidades como o raciocínio lógico e a

capacidade de análise e síntese, que são essenciais para a resolução de problemas complexos e a criação de soluções inovadoras.

Segundo o professor de matemática do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), Gilbert Strang, "a matemática é a linguagem da ciência e da tecnologia", sendo uma ferramenta indispensável para a resolução de problemas complexos em diversas áreas, incluindo a engenharia, a física, a informática e a estatística. Portanto, continuar estudando matemática é fundamental para quem pretende seguir carreira na área de tecnologia. Mesmo que alguns conceitos possam parecer complexos ou difíceis de entender, é importante persistir e buscar ajuda sempre que necessário. A matemática não é apenas uma disciplina teórica, mas sim uma ferramenta prática que pode abrir muitas portas no mercado de trabalho.

As empresas que atuam na área de tecnologia buscam profissionais capazes de resolver problemas complexos e lidar com grandes quantidades de dados. Dominar a matemática pode ser uma vantagem na hora de aplicar conhecimentos em soluções criativas e inovadoras. A Matemática também é fundamental para a resolução de problemas em áreas específicas da tecnologia, como a criptografia, a segurança da informação e a robótica. Segundo o professor de Matemática da Universidade de Stanford, Keith Devlin, "a criptografia é basicamente matemática aplicada. Sem ela, não seria possível garantir a segurança das transações bancárias e das comunicações online".

Quando se trata de aprender programação, uma das principais habilidades que devem ser desenvolvidas é a resolução de problemas. O programador pode analisar uma situação que necessite de uma solução digital e, a partir dos requisitos do problema, desenvolver um software de qualidade. A matemática pode ser incorporada ao aprendizado de programação por meio de operações envolvendo comparações de dados, estruturas condicionais e repetições.

3 A UTILIZAÇÃO DA TECNOLOGIA

Hoje em dia é cada vez mais comum vender ingressos pela internet. Independentemente do tipo de evento, essa é uma maneira de oferecer mais praticidade, conforto e agilidade ao público. A venda de ingressos online introduz a Matemática desde a aplicação de taxas, valores de ingressos e problemas lógicos, como por exemplo a sequência adequada dos comandos e problemas matemáticos.

Como exemplo, vamos utilizar os comandos da empresa Ingresso para analisar os códigos matemáticos na hora de gerar um ingresso. A Ticketeira usa como ferramenta vendas pelo site, aplicativo, totens, e também podem ser feitas por meio de maquininhas, distribuídas em diversos pontos de vendas.

Como Adquirir Ingresso

Selecionar o evento

Selecionar o ingresso

Meu carrinho

Identificação

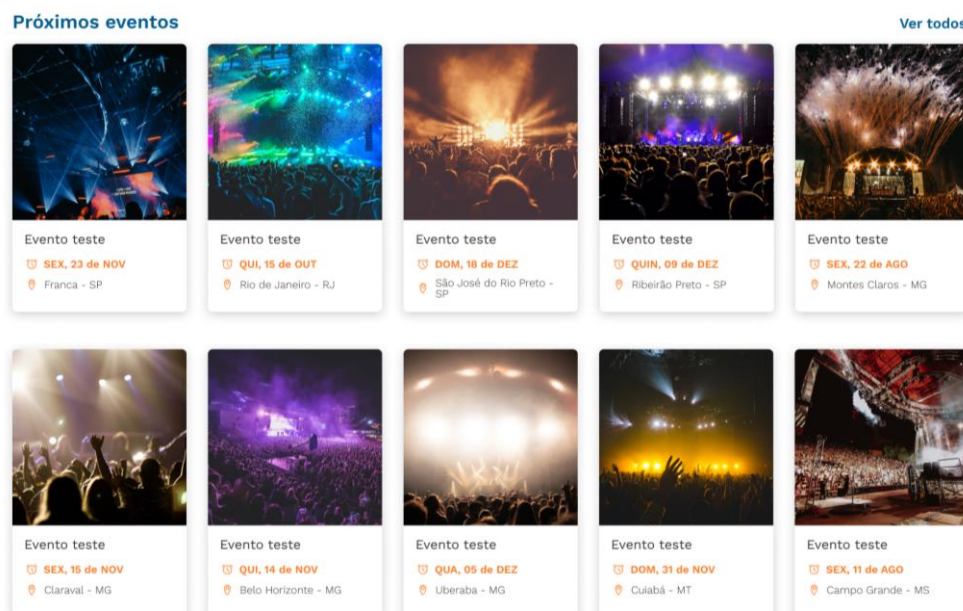
Forma de pagamento

Impressão do ingresso

3.1 Selecionar o Evento

Todos os eventos cujos ingressos são comercializados pela Ticketeira aparecem na tela inicial ou na seção de próximos eventos, onde estão dispostos por ordem cronológica.

Imagem 7: opções de eventos



Fonte: GOOGLE

3.2 Selecionar Ingresso

Alguns eventos podem oferecer diversos tipos de ingressos, com valores e condições diferentes. Então, uma vez escolhido o evento e o tipo de ingresso de seu interesse, basta clicar no botãozinho de + (adicionar) para quantos ingressos deseja comprar.

Imagem 8: Opções de Tipos de Ingressos



Fonte: quero2ingressos

Imagem 9: Código em JavaScript da Aquisição do Ingresso no Banco de Dados

```
const ingressos = [  
  {  
    name: "PISTA | INDIVIDUAL | Lote 2",  
    price: 75.00  
  },  
  {  
    name: "AREA VIP | INDIVIDUAL | Lote 2",  
    price: 120.00  
  },  
  {  
    name: "SETOR OURO | INDIVIDUAL | Lote 2",  
    price: 275.00  
  },  
  {  
    name: "SETOR PRATA | INDIVIDUAL | Lote 2",  
    price: 212.50  
  }  
];  
  
const taxa = 10 / 100;  
  
ingressos.forEach((element) => {  
  const valorTaxa = element.price * taxa;  
  console.log(element.name);  
  console.log("R$ " + element.price.toFixed(2));  
  console.log("(+ R$ " + valorTaxa.toFixed(2) + " taxa)");  
  console.log("");  
});
```

Fonte: autoria própria

É realizada uma requisição ao banco de dados, onde o mesmo retorna uma lista com quatro (4) tipos de ingressos, valores e taxa. O forEach usado para listar os ingressos é uma estrutura de controle usada em programação para executar um bloco de código repetidamente com base em uma condição específica. Na matemática, essa estrutura de repetição é representada por um somatório: ingressos = $\sum_{i=1}^4 i$

3.2.1 Verificação de Estoque do Ingresso

Durante o processo de selecionar os ingressos, é feito uma requisição ao Banco de Dados do sistema, que por sua vez verifica a disponibilidade do ingresso. Após essa verificação, é retornado para a tela se o ingresso está disponível ou não.

Imagem 10: Código em JavaScript da Verificação do Ingresso no Banco de Dados

```
var quantidade = 10;

SELECT estoque FROM ingressos WHERE evento = "FESTA X" AND tipo = "PISTA INDIVIDUAL" AND lote = 2;

if (estoque < quantidade) {
    console.log("Quantidade indisponível");
    return false;
}

return true;
```

Fonte: autoria própria

A variável “quantidade” recebe o valor com a quantidade de ingressos que o cliente deseja. O sistema faz uma seleção no banco de dados, procurando o estoque do evento, tipo e lote especificado pelo cliente. Após encontrar a quantidade de estoque do evento, é feita uma verificação se o estoque é menor que a quantidade desejada pelo cliente. Caso seja, é retornado falso e que a quantidade desejada está indisponível. Caso o estoque seja maior ou igual a quantidade desejada pelo cliente, é retornado verdadeiro e que a quantidade desejada está disponível.

3.3 Meu carrinho

Após clicar em “Ir para o carrinho”, será aberta uma nova página, mostrando detalhes do ingresso e um resumo da compra.

Imagem 11: Resumo da Compra do Ingresso no Carrinho

Ingresso	Qtde.	Valor
PASSAPORTE PISTA INDIVIDUAL LOTE 1		
PASSAPORTE - XIV EXPO CARMO Quinta-feira, 04 de Maio - às 20:00 . - Carmo da Mata, MG	- 2 +	Á vista R\$ 90,00 (+ R\$ 9,00 taxa)

 **Resumo da compra**

Seu carrinho expira em **09:41 minutos**

Subtotal:	R\$ 180,00
Taxas:	R\$ 18,00
Total:	R\$ 198,00

Fonte: quero2ingressos

Imagem 12: Código em JavaScript da Compra do Ingresso no Banco de Dados

```
const carrinho = [
  {
    name: "PISTA | INDIVIDUAL | Lote 2",
    quantidade: 2,
    price: 90.00,
    taxa: 10
  },
];

let subTotal;
let totalTaxa;
let totalCarrinho;

carrinho.forEach((element) => {
  subTotal += element.price * element.quantidade;
  totalTaxa += ((element.taxa / 100) * element.price) * element.quantidade;
  totalCarrinho += subTotal + totalTaxa;

  console.log("SubTotal R$ " + subTotal.toFixed(2));
  console.log("Taxas R$ " + totalTaxa.toFixed(2));
  console.log("Total R$ " + totalCarrinho.toFixed(2));
});
```

Fonte: autoria própria.

A variável “carrinho” guarda a lista de ingressos que o cliente escolheu e adicionou no carrinho. As variáveis “subTotal, total Taxa e total Carrinho” são declaradas e serão utilizadas no cálculo dentro do bloco de repetição que lista o total de ingressos do cliente.

No bloco de repetição:- o “sub Total” recebe o cálculo que soma o valor do ingresso vezes (*) a quantidade adicionada pelo cliente. - o “totalTaxa” recebe o cálculo da taxa por ingresso (10%) vezes (*) a quantidade adicionada pelo cliente. - o “totalCarrinho” recebe o cálculo do valor dos ingressos + o total das taxas.

3.4 Identificação

É importante salientar que em alguns eventos existe a restrição de venda de apenas um ou poucos ingressos para cada pessoa, portanto, em tais eventos, um CPF só poderá ser utilizado uma ou poucas vezes, a depender do contrato firmado com o produtor do evento. Aqui, serão solicitados os números dos CPFs dos titulares de cada um dos ingressos. Não há necessidade de que um dos CPFs seja da pessoa que está fazendo a compra, mas devem ser CPFs válidos para cada ingresso. Uma vez informados CPFs válidos para cada ingresso, o botão “Ir para pagamento” será habilitado e poderá ser clicado.

Imagem 13: Identificação do Cliente para Compra do Ingresso

← Identificação

Ingresso	Qtde.	Valor	CPF do titular do ingresso
PISTA INDIVIDUAL LOTE 2 NOITE SERTANEJA COM CEZAR E PAULINHO	2	Á vista R\$ 150,00 (+ R\$ 15,00 taxa)	<input type="text" value="Insira aqui o CPF"/> ⓘ <input type="text" value="Insira aqui o CPF"/> ⓘ

Fonte: quero2ingressos

Imagem 14: Código em JavaScript para Validação do CPF

```
function validarCPF(cpf) {  
  cpf = cpf.replace(/[^0-9]/g, ''); // Remove caracteres não numéricos  
  if(cpf === '') return false; // Verifica se o CPF está vazio  
  
  // Verifica se o CPF tem 11 dígitos  
  if(cpf.length !== 11) {  
    return false;  
  }  
  
  // Verifica se todos os dígitos são iguais  
  for(var i = 0; i < 10; i++) {  
    if(cpf.charAt(i) !== cpf.charAt(i+1)) {  
      break;  
    }  
  }  
  if(i === 9) {  
    return false;  
  }  
}  
  
// Verifica se os dois dígitos verificadores são válidos  
var soma = 0;  
for(var i = 0; i < 9; i++) {  
  soma += parseInt(cpf.charAt(i)) * (10 - i);  
}  
var resto = (soma * 10) % 11;  
if((resto === 10) || (resto === 11)) {  
  resto = 0;  
}  
if(resto !== parseInt(cpf.charAt(9))) {  
  return false;  
}  
  
soma = 0;  
for(var i = 0; i < 10; i++) {  
  soma += parseInt(cpf.charAt(i)) * (11 - i);  
}  
resto = (soma * 10) % 11;  
if((resto === 10) || (resto === 11)) {  
  resto = 0;  
}  
if(resto !== parseInt(cpf.charAt(10))) {  
  return false;  
}  
  
return true; // CPF válido  
}
```

Fonte: autoria própria.

O cálculo para verificar se um CPF é válido é feito utilizando um algoritmo que envolve a multiplicação dos seus dígitos por pesos pré-determinados e o cálculo dos dois dígitos verificadores. O CPF é composto por 11 dígitos, sendo que os dois últimos dígitos são os dígitos verificadores, que servem para garantir que o CPF é válido. O cálculo para obter o primeiro dígito verificador é feito da seguinte forma:

Multiplica-se o primeiro dígito do CPF por 10, o segundo dígito por 9, o terceiro dígito por 8, e assim por diante, até o nono dígito, que é multiplicado por 2. Somam-se os resultados das multiplicações obtidas no passo anterior. O resultado da soma é dividido por 11, e o resto da divisão é obtido. Se o resto da divisão for igual a 0 ou 1, o primeiro dígito verificador é igual a 0. Caso contrário, o primeiro dígito verificador é igual a 11 menos o resto da divisão. O cálculo para obter o segundo dígito verificador é feito de maneira semelhante:

Multiplica-se o primeiro dígito do CPF por 11, o segundo dígito por 10, o terceiro dígito por 9, e assim por diante, até o nono dígito, que é multiplicado por 3.

Somam-se os resultados das multiplicações obtidas no passo anterior. O resultado da soma é dividido por 11, e o resto da divisão é obtido. Se o resto da divisão for igual a 0 ou 1, o segundo dígito verificador é igual a 0. Caso contrário, o segundo dígito verificador é igual a 11 menos o resto da divisão. Se os dois dígitos verificadores obtidos por esses cálculos forem iguais aos dois últimos dígitos do CPF, o CPF é considerado válido. Caso contrário, o CPF é considerado inválido. É importante destacar que esse algoritmo é amplamente utilizado, mas não é o único possível para validar CPFs.

3.5 Forma de Pagamento – Cartão

São duas as formas de pagamento possível: cartão de crédito e pix. Para fazer o pagamento por meio de cartão de crédito é preciso preencher os dados do cartão corretamente e selecionar como será feito o parcelamento.

Imagem 15: Dados do Cartão de Crédito do Cliente.

← Pagamento

Forma de pagamento

Crédito Pix

Dados do Cartão

Número do cartão

Validade CVV

Nome impresso no cartão

CPF do titular

Parcelamento

Paqar agora

Valor da compra

Subtotal: R\$ 150,00

Taxas: R\$ 15,00

Total: R\$ 165,00

Fonte: quero2ingressos

Imagem 16: Código em JavaScript para Validação do Cartão de Crédito

```
function isValidCreditCardNumber(number) {
  // Remove espaços em branco e hífens do número do cartão
  number = number.replace(/\s/g, '').replace(/-/g, '');

  // Verifica se o número do cartão contém apenas dígitos e tem pelo menos 12 e no máximo 19 dígitos
  if (/^[0-9]/.test(number) || number.length < 12 || number.length > 19) {
    return false;
  }

  // Calcula a soma dos dígitos do número do cartão usando o algoritmo de Luhn
  var sum = 0;
  var double = false;
  for (var i = number.length - 1; i >= 0; i--) {
    var digit = parseInt(number.charAt(i));

    if (double) {
      digit *= 2;
      if (digit > 9) {
        digit -= 9;
      }
    }

    sum += digit;
    double = !double;
  }

  // O número do cartão é válido se a soma dos dígitos é divisível por 10
  return sum % 10 == 0;
}
```

Fonte: autoria própria.

Essa função recebe um número de cartão de crédito como entrada e retorna true se o número é válido ou false se o número é inválido. A função verifica se o número do cartão contém apenas dígitos e tem pelo menos 12 e no máximo 19 dígitos, o que é uma restrição comum para números de cartão de crédito. Em seguida, a função calcula a soma dos dígitos do número do cartão usando o algoritmo de Luhn, que é um algoritmo amplamente utilizado para validar números de cartão de crédito. O algoritmo de Luhn soma os dígitos do número do cartão, dobrando os dígitos em posições ímpares, e verifica se a soma é divisível por 10. Se a soma for divisível por 10, o número do cartão é considerado válido.

3.5.1 Forma de Pagamento - PIX

Outra opção de pagamento é por meio de pix. Nessa modalidade, é necessário informar o nome, e-mail e número de documento (CPF ou CNPJ) de quem fará o pagamento. Quando preenchidas essas informações, o botão “Gerar código QR” será habilitado.

Imagem 17: Forma de Pagamento e Dados do Pagador

← Pagamento

Forma de pagamento

Crédito Pix

Dados do pagador

 ▾

Valor da compra

Subtotal: R\$ 150,00

Taxas: R\$ 15,00

Total: R\$ 165,00

Fonte: quero2ingressos

Ao clicar no botão para gerar o código, uma nova tela será aberta, contendo um código QR e uma chave pix, que poderão ser utilizadas para fazer o pagamento. Esse código QR e essa chave pix irão expirar dentro de alguns minutos, sendo esse o tempo que você terá para efetuar o pagamento.

O Código QR é gerado por serviços de pagamentos de terceiros (ex: mercadopago, pagseguro, picpay) que são empresas que atuam como meio de pagamento eletrônico e instituição bancária sendo uma das responsáveis pela captura, transmissão e liquidação financeira de transações com cartões de crédito e débito.

Imagem 18: Código em JavaScript Requisição de Dados do QR Code

```
const express = require('express');
const app = express();
app.use(express.json());

app.post('mercadopago/api/pix/generate', (req, res) => {
  const { nome, email, tipoDocumento, documento, externalReference } = req.body;

  res.status(201).json({
    qrCodeImage: res.data?.qr?.secure_url,
    pixKey: res.data?.qr?.secure_pix_key
  });
});
```

Fonte: autoria própria.

Após receber os dados do cliente da tela, o sistema dispara uma requisição para o serviço de terceiros com um código de referência para gerar o QR code do pix e exibir para o cliente em tela para que seja feito o pagamento.

O sistema verifica no serviço de terceiros se o QR Code foi pago por meio do código de referência enviado durante o pagamento do pix.

Imagem 19: Código em JavaScript do Retorno sobre Status do Pagamento

```
const express = require('express');
const app = express();
app.use(express.json());

app.get('mercadopago/api/pix/check', (req, res) => {
  const { externalReference } = req.param;

  res.status(200).json({
    status: res.data?.qr?.paid_status
  });
});
```

Fonte: autoria própria.

Caso tenha sido pago, é exibido em tela o status aprovado e o ingresso é liberado para impressão. Caso não tenha sido pago ou esteja pendente, é exibido em tela o status de em processamento. Caso o pix tenha sido expirado, é exibido em tela para gerar novo QR code.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por isso, é importante desenvolver o hábito de estudar regularmente, dedicando tempo e esforço para a compreensão dos conceitos e a realização de exercícios. Participar de grupos de estudo, buscar materiais complementares na internet e conversar com professores e profissionais da área também podem ser boas estratégias para aprimorar os conhecimentos em Matemática e se preparar para um futuro promissor na área de tecnologia.

Assim, é importante ressaltar que a Matemática não é apenas uma ferramenta para a resolução de problemas práticos na área de tecnologia, mas também uma disciplina que estimula o pensamento lógico e crítico. Segundo o matemático francês Henri Poincaré, "a matemática é a arte de dar o mesmo nome a coisas diferentes". Ou seja, a matemática nos ensina a reconhecer padrões e a

estabelecer conexões entre diferentes conceitos, habilidades essenciais para quem pretende se destacar na área de tecnologia.

REFERÊNCIAS

STRANG, G. Introduction to linear algebra. Wellesley-Cambridge Press, 2010.

PICHAU, S. Speech to the Economic Club of Washington D.C. Google, 2019.

POGGIO, T. Mathematics and the brain. Notices of the AMS, v. 60, n. 6, p. 762-771, 2013.

DEVLIN, K. The science of secret codes and codes in science. In The Joy of x. Basic Books, p. 181-196, 2013.

POINCARÉ, H. Science and hypothesis. Walter Scott Publishing Co., 1910.

GUGIK, Gabriel. A história dos computadores e da computação. 2012. Disponível em:

https://iow.unirg.edu.br/public/profarqs/2804/0272700/1.A_Historia_dos_computadores_e_da_computacao_-_imprimir.pdf. Acesso em: 10 mai. 2023.

WIKIPEDIA. Ábaco. [imagem]. 2006. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco#/media/Ficheiro:Abacus_6.png. Acesso em: 10 mai 2023.

COMPARAÇÃO ENTRE A METODOLOGIA TRADICIONAL E AS METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: uma análise da literatura

Alberto Grace Centeno
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
albertogcenteno@hotmail.com

Jacqueline Nunes de Sousa
Graduada em Química - UNIVESP
Graduanda em Matemática – IBRA
Jacqueline.ns.shallon@gmail.com

Laura Pires de Matos
Graduanda em Matemática – Uni-FACEF
Laurapmatos0809@gmail.com

Marcos Adriano Silva Rodrigues
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
Marcosadriano2106@gmail.com

1 INTRODUÇÃO

A metodologia de ensino da Matemática tem sido alvo de muitas discussões e críticas nos últimos anos. Dentre os principais questionamentos, destacam-se a dificuldade dos alunos em compreender os conceitos matemáticos, a falta de interesse pela disciplina e a forma monótona e conteudista do ensino tradicional. Porém, nos últimos anos, tem surgido um movimento de renovação no ensino da Matemática, com a adoção de metodologias ativas que buscam tornar a disciplina mais atrativa e significativa para os alunos. Essas metodologias, que têm ganhado cada vez mais adeptos, propõem uma abordagem mais dinâmica e participativa, enfatizando o desenvolvimento do raciocínio lógico e a resolução de problemas.

A metodologia de aprendizagem é uma abordagem essencial que influencia muito o processo educacional. É um conjunto de técnicas, estratégias e práticas que visam facilitar a aprendizagem do aluno e melhorar sua compreensão dos conteúdos. Uma boa metodologia de aprendizagem é fundamental para a formação de indivíduos capazes de se adaptar às necessidades do mundo atual (GONZÁLEZ; RODRÍGUEZ; ORTEGA, 2009, p. 17).

Nesse contexto, este artigo tem como objetivo comparar as

metodologias tradicionais de ensino da Matemática com as metodologias ativas, a fim de entender as principais diferenças entre elas, as vantagens e desvantagens e avaliar seus respectivos impactos no aprendizado dos alunos.

Para tanto, foram realizadas pesquisas bibliográficas em diferentes fontes, incluindo artigos científicos, livros e dissertações sobre o tema. A análise dos dados coletados permitiu identificar as principais características e benefícios das metodologias ativas, como o desenvolvimento do pensamento crítico, a potencialização da criatividade e a promoção da autonomia dos alunos. Por outro lado, foram destacados também os desafios e limitações das metodologias ativas, como a necessidade de uma preparação mais cuidadosa e a possibilidade de sobrecarga de trabalho para o professor.

Diante desse panorama, fica evidente a importância de se refletir sobre as metodologias de ensino da Matemática e de buscar alternativas mais eficazes, inovadoras e significativas, que possam contribuir para a formação de alunos mais críticos, autônomos e preparados para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

2 O QUE SÃO METODOLOGIAS

Metodologias de ensino são as estratégias e técnicas utilizadas pelos professores para ensinar seus alunos de maneira eficaz, elas podem variar de acordo com a necessidade que vai ser empregada, seja pelo nível de ensino, disciplina, as habilidades e necessidades dos alunos, o contexto educacional e outros fatores, se tornando um facilitador no aprendizado. Segundo Libâneo (1994, p. 97), "metodologia de ensino é o conjunto de métodos e técnicas aplicados ao processo de ensino, visando alcançar os objetivos propostos e os conteúdos específicos da disciplina ou matéria".

Uma das metodologias mais comuns é a aula expositiva, em que o professor apresenta informações aos alunos de forma verbal ou visual. É uma abordagem tradicional e ainda amplamente utilizada. Outra metodologia popular é a aprendizagem cooperativa, que enfatiza a colaboração entre alunos e professores. Esse método incentiva a comunicação, a interação e a responsabilidade compartilhada entre os alunos.

Enquanto isso, outras metodologias de ensino, como o ensino personalizado, se concentram em atender às necessidades individuais dos alunos. Este método permite ao professor adaptar o ensino às necessidades específicas de cada aluno, de modo que todos possam aprender de acordo com suas próprias habilidades e estilos de aprendizagem.

Cada uma dessas metodologias pode produzir resultados distintos, mas todas podem ser igualmente eficazes na promoção de um aprendizado

significativo e duradouro. A escolha de uma metodologia de ensino envolve uma reflexão cuidadosa sobre a natureza da matéria a ser ensinada, as habilidades e necessidades dos alunos, e os objetivos educacionais desejados. É importante que os educadores encontrem a metodologia de ensino que melhor se adapte não apenas às suas próprias preferências, mas também às necessidades dos alunos.

2.1 Metodologia Tradicional

No processo de ensino-aprendizagem, há diversos métodos que os professores podem empregar para transmitir o conteúdo da disciplina e compartilhar seus conhecimentos sobre o assunto com os alunos. É responsabilidade do professor e da instituição de ensino explorar um ou mais métodos para ajudar os alunos a aprender. Neste capítulo, será examinado o método tradicional de ensino.

Segundo Berbel (1998, p. 36), "a metodologia tradicional é centrada na figura do professor, que é o detentor do conhecimento, e os alunos são meros receptores que devem adaptar-se ao ritmo do professor". Já para Libâneo (2013, p. 23), a metodologia tradicional se caracteriza pela "ênfase na memorização mecânica dos conteúdos, na repetição de exercícios e na cópia de textos" e oferece pouca ou nenhuma possibilidade de participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem". Por sua vez, Luckesi (2011, p. 49) considera que a metodologia tradicional "tem como pressupostos a transmissão, a acumulação e a reprodução do conhecimento, e supõe uma passividade do aluno diante da abordagem pedagógica adotada".

A metodologia tradicional refere-se a uma abordagem de ensino mais convencional, que se concentra no currículo e na transmissão de informações. Geralmente, envolve aulas expositivas, repetição, tarefas de casa e avaliações padronizadas. Os alunos são vistos como receptores passivos de conhecimento, e o papel do professor é fornecer instruções e supervisionar o processo de aprendizagem. Essa abordagem é comum em escolas que seguem modelos de ensino mais conservadores e autoritários, e tem sido criticada por não levar em consideração as características individuais dos alunos e não incentivar o pensamento crítico e a criatividade. "A metodologia tradicional é baseada na transmissão de informações e na memorização, com pouco espaço para a reflexão crítica e a criatividade dos alunos" (ROSA, 2018, p. 24).

Freire argumenta que nessa modalidade de educação, o conhecimento não é internalizado pelos alunos, já que os professores simplesmente repassam informações e valores sem estimulá-los a aprender. O método tradicional de ensino segue a concepção de educação bancária explicitada por Freire. Essa educação é quando o professor é o centro e os alunos são apenas ouvintes, cabe ao professor transmitir o conteúdo e ao aluno fixar, memorizar, repetir, sem trazer significado para o discente (FREIRE, 1978).

Este tipo de educação, conhecida como bancária, é caracterizada pela falta de estímulo à criatividade e ao senso crítico dos alunos que se adaptam passivamente aos conhecimentos apresentados pelo professor. Nesse modelo o educador determina o conteúdo programático e os estudantes exercem um papel meramente observatório, sem interagir diretamente com o docente. Assim a responsabilidade pela educação fica exclusivamente nas mãos do professor, a quem cabe ensinar e transmitir o conhecimento (FREIRE, 1978).

Na realidade, os educadores que adotam essa abordagem de ensino não apresentam novidades para seus alunos. Eles se limitam a seguir o que o livro didático apresenta sobre determinado tema, repetindo exercícios. O estudante é incentivado a memorizar tudo aquilo que lhe foi transmitido, pois, na perspectiva do professor, ele não possui conhecimento prévio sobre o assunto. Esta estratégia pode ser considerada um ciclo vicioso. Como afirma Freire (2005, p. 68) que “(...) se o educador é o que sabe, se os educandos são o que nada sabem, cabe àquele dar, entregar, levar, transmitir o seu saber aos segundos. Saber que deixa de ser de ‘experiência feita’ para ser de experiência narrada ou transmitida”.

A educação baseada em memorização evidencia que o professor desse modelo é encarado como um docente conteudista, ou seja, sua missão é enchê-los com informações, desencorajando a reflexão, tornando assim pessoas passivas. Nessa metodologia os questionamentos dos alunos são respondidos apenas quando é relacionado com o conteúdo e o docente não realiza perguntas desafiadoras para os discentes, formando assim cidadãos sem pensamento crítico. Esse tipo de educador não permite que os alunos façam debates, reflexões e desenvolvam sua criatividade. Ele não está aberto a ensinar os alunos pensarem, pois esse tipo de ensinamento demanda que o docente tenha uma postura indagadora, de autoridade sem autoritarismo, didática e principalmente fazer reflexões críticas sobre sua prática (FREIRE, 2005).

2.2 Metodologia Ativa

A modificação no currículo educacional envolve a transição da abordagem disciplinar para uma perspectiva interdisciplinar. Além disso, são incorporadas novas formas de ensino-aprendizagem, a exemplo das metodologias ativas, que representam um obstáculo para a capacitação de professores do futuro (ARAÚJO; SASTRE, 2009).

Além de transmitir os conhecimentos necessários, é imprescindível formar professores que saibam pensar, relacionar a teoria com a prática e encontrar soluções criativas e adequadas para os problemas que surgem no dia-a-dia da escola e na vida em geral. Esses professores devem ser capazes de transformar suas práticas, diante das exigências da atual realidade social e do avanço tecnológico.

A metodologia ativa é um modelo de ensino que incentiva o aprendizado por meio da aplicação prática e reflexão constante, levando o estudante a construir seu próprio conhecimento através da sua experiência e reflexão sobre ela (FREIRE, 2006), onde o estudante é o centro da aprendizagem, assumindo um papel ativo em seu processo de aprendizado, por meio de experiências práticas que o desafiam a encontrar soluções aplicáveis à vida real, permitindo que ele pesquise, estude, busque seu próprio conhecimento.

3 AS VANTAGENS E DESVANTAGENS DAS METODOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A metodologia tradicional é criticada por Freire, pois considera os alunos como seres passivos, sem autonomia e sem capacidade de pensar criticamente. O ensino bancário limita a criatividade e a liberdade dos estudantes, colocando-os em uma posição passiva, apenas absorvendo informações. Para Freire, a educação deve ser uma relação dialógica entre professor e aluno, em que ambos são agentes ativos no processo de aprendizado. O professor não deve ser apenas um narrador, mas um facilitador do processo de aprendizagem, criando espaços para o diálogo, estimulando a reflexão crítica e considerando as experiências e conhecimentos prévios dos alunos (FREIRE, 1978). Dessa forma, a educação se torna um processo participativo, que valoriza as experiências e pensamentos dos alunos, permitindo que eles se tornem sujeitos críticos e transformadores de sua própria realidade.

3.1 Vantagens e Desvantagens da Metodologia Tradicional

A metodologia tradicional é aquela que se baseia em métodos e processos de ensino que foram utilizados por muitos anos, este sistema é caracterizado por uma abordagem mais estruturada e hierárquica, que se concentra no professor como fonte primária de conhecimento e no aluno como receptor. Embora seja amplamente utilizado em muitas escolas e universidades em todo o mundo, existem vantagens e desvantagens em relação à sua aplicação.

Uma das principais vantagens da metodologia tradicional é a sua estrutura organizada, os professores sabem o que vão ensinar, quando e de que maneira, da mesma forma que o aluno sabe o que é esperado dele e qual será o conteúdo abordado, isso facilita a manter as aulas produtivas e eficientes, atendendo às exigências de um cronograma delineado. Além disso, a metodologia tradicional permite que o conteúdo seja apresentado de forma sistemática, com conteúdo pré-formatado para facilitar o estudo e a compreensão.

Outra vantagem da metodologia tradicional é a didática e a experiência da equipe docente, da qual, professores treinados e experientes podem ajudar a guiar os alunos em suas jornadas educacionais e atender às suas necessidades, por

meio da centralização do conhecimento no professor, detentor do saber, ele pode garantir que o conteúdo seja transmitido corretamente e que todos alunos estejam na mesma sintonia. Da mesma forma, prepara o aluno para a universidade, já que na maioria dos centros acadêmicos ainda utiliza uma metodologia tradicional de ensino, portanto, os alunos que estão familiarizados com esse modelo estão mais bem preparados para lidar com a faculdade, sendo também mais disciplinados e responsáveis.

A metodologia tradicional, ainda amplamente utilizada nas instituições de ensino superior, contribui para a preparação dos alunos, oferecendo-lhes familiaridade com o modelo de ensino predominante nas universidades, além de desenvolver disciplina e responsabilidade (ALMEIDA, 2019, p. 108).

No entanto, existem desvantagens significativas na metodologia tradicional, o sistema é muito rígido e tende a priorizar o ensino de conteúdo em vez do desenvolvimento do pensamento crítico e de habilidades interpessoais, fazendo com que os alunos fiquem entediados e desmotivados, em consequência, menos engajados na relação de aprendizado.

Além disso, a metodologia tradicional tende a ser muito passiva, os alunos não são incentivados a serem proativos em seu aprendizado, principalmente pela questão do foco das aulas serem a memorização do conteúdo, eles se sentem quietos e simplesmente ouvem o que é ensinado, deixando vago para eles a personalização do individual, de que forma seria mais produtivo para cada aluno.

A metodologia tradicional pode ser criticada por sua rigidez e ênfase no ensino de conteúdos específicos, muitas vezes negligenciando o desenvolvimento do pensamento crítico e das habilidades interpessoais, o que pode resultar em desmotivação e falta de engajamento dos alunos (CAMPOS, 2016, p. 76).

Em resumo, embora a metodologia tradicional tenha suas vantagens em termos de estrutura e preparação para a universidade, ela pode ser limitante em termos de engajamento, personalização e desenvolvimento de habilidades práticas. É importante que os educadores estejam cientes dessas vantagens e desvantagens ao escolher um método de ensino apropriado para seus alunos.

3.2 Vantagens e Desvantagens da Metodologia Ativa

As metodologias ativas são um conjunto de técnicas de ensino que têm como objetivo central tornar o processo de aprendizagem mais participativo, colaborativo e envolvente para os estudantes. Algumas das vantagens e desvantagens dessas metodologias serão apresentadas.

Uma das vantagens é uma aprendizagem mais significativa, pois a metodologia ativa busca construir um aprendizado mais significativo, em que os estudantes possam aplicar seus conhecimentos em situações práticas e reais, o que aumenta a retenção e o uso das informações. Também contribui no

desenvolvimento de habilidades socioemocionais. Com o uso das metodologias ativas pode-se desenvolver habilidades socioemocionais nos estudantes como comunicação, liderança, trabalho em equipe e resolução de problemas, que são essenciais para a vida pessoal e profissional. O engajamento dos estudantes é mais ativo e participam mais do processo de aprendizagem, o que pode levar a uma maior motivação e desempenho escolar. A metodologia ativa permite que o aprendizado seja mais personalizado, de acordo com as necessidades e interesses de cada estudante, o que pode resultar em uma maior efetividade no processo de aprendizagem (MARIN, 2010).

Marin (2010), em seu artigo, faz uma correlação entre as afirmações acima. Para a autora, o uso da metodologia ativas é muito positivo para os estudantes da área da saúde. Os estudantes de Enfermagem e Medicina consideram as metodologias ativas de aprendizagem como uma fortaleza, porque partem de situações reais ou que se aproximam da realidade, o que possibilita uma integração mais efetiva entre os diversos ciclos e disciplinas. É muito positivo ver que, de fato, essas metodologias têm se mostrado muito eficazes para o ensino em áreas da saúde. Ao utilizar situações reais como ponto de partida para a aprendizagem, os estudantes conseguem entender melhor como aplicar os conhecimentos adquiridos em situações concretas, o que torna o aprendizado mais significativo e útil. Outro ponto importante é que as metodologias ativas favorecem a realização de trabalhos em grupo, o que é fundamental para a prática profissional em áreas da saúde. O trabalho em equipe é essencial para a qualidade do atendimento ao paciente e a utilização de metodologias ativas que estimulam a colaboração e o diálogo entre os estudantes pode contribuir para o desenvolvimento dessas habilidades.

Em todos os tipos de metodologias de ensino há também as desvantagens. Portanto, nas metodologias ativas não seria diferente, até mesmo porque, é um processo que necessita de mais preparação para a implementação. As metodologias ativas exigem que os professores estejam mais preparados e atualizados em relação às técnicas e metodologias de ensino, o que pode demandar mais tempo e esforço. Outro ponto que levanta preocupação é a resistência dos estudantes que podem ter dificuldade em se adaptar às metodologias ativas, especialmente se estiverem acostumados com um modelo de ensino mais tradicional. Esses fatores podem ocasionar um menor controle do professor, uma vez que, em algumas metodologias ativas, o professor tem um papel menos centralizado no processo de ensino, o que pode resultar em menos controle sobre o que os estudantes estão aprendendo. Outro fator é a demanda por recursos, pois algumas dessas metodologias envolvem o uso de tecnologia, o que pode demandar mais recursos como equipamentos e softwares, o que pode ser um desafio para algumas escolas e instituições de ensino. É importante lembrar que a escolha das metodologias de ensino deve ser feita de acordo com as necessidades e características de cada turma e grupo de estudantes, levando em consideração os

objetivos de aprendizagem e o contexto educacional em que estão inseridos (MARIN, 2010).

Para Marin (2010), a falta de familiaridade com as metodologias ativas pode gerar nos estudantes uma sensação de incerteza e insegurança sobre o que deveriam estar aprendendo, especialmente no início do processo de aprendizagem. Isso pode ser um obstáculo para a adoção dessas metodologias, pois os estudantes podem resistir a uma abordagem que não estão acostumados. Além disso, a falta de sucesso no uso das metodologias ativas pode estar relacionada à falta de suporte adequado por parte do corpo docente e institucional. É importante que haja um comprometimento da instituição e do corpo docente para apoiar a implementação dessas metodologias, oferecendo treinamentos e orientações sobre como utilizá-las de forma efetiva. Sem esse suporte, os estudantes podem se sentir perdidos e desmotivados, o que pode prejudicar a sua aprendizagem.

Marin (2010), ressalta que é fundamental que haja uma preparação adequada por parte dos docentes e da instituição para a implementação de metodologias ativas de aprendizagem, para que os estudantes possam usufruir de todos os benefícios que elas podem oferecer. Isso inclui o desenvolvimento de uma cultura de aprendizagem ativa e colaborativa, a oferta de recursos tecnológicos e o suporte contínuo aos estudantes ao longo do processo de aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a comparação entre a metodologia tradicional e as metodologias ativas no ensino da Matemática, é evidente que há pontos positivos e negativos em ambas as abordagens. A metodologia tradicional oferece uma estrutura organizada e pré-formatada, facilitando a produtividade e o cumprimento de um cronograma estabelecido, além disso, a experiência e a didática dos professores podem desempenhar um papel importante em guiar os alunos em seu aprendizado. No entanto, a metodologia tradicional também apresenta desvantagens como a falta de estímulo ao pensamento crítico e ao desenvolvimento de habilidades interpessoais, o que pode levar à desmotivação e ao baixo engajamento dos alunos.

Por outro lado, as metodologias ativas buscam envolver os alunos de forma ativa em seu próprio processo de aprendizado, por meio de experiências práticas e reflexão constante. Essas abordagens enfatizam o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade e da autonomia dos alunos, tornando o ensino mais significativo e relevante para eles, de forma que também apresentam desafios, como a necessidade de uma preparação mais cuidadosa por parte dos professores e a possibilidade de sobrecarga de trabalho.

Diante desse panorama, é importante refletir sobre as metodologias de ensino da Matemática e buscar alternativas que sejam eficazes, inovadoras e significativas para os alunos, devendo ir além da mera transmissão de informações e visando explorar abordagens que estimulem o pensamento crítico, a resolução de

problemas e a aplicação dos conceitos em situações reais. Sendo assim, faz-se necessário que os educadores sejam flexíveis e adaptem suas práticas às necessidades e características dos alunos, proporcionando um ambiente de aprendizagem que valorize a participação ativa dos estudantes e os prepare para os desafios do mundo contemporâneo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. S. Metodologia tradicional de ensino: uma análise crítica. *Revista de Educação Superior*, Belo Horizonte, v. 15, n. 2, p. 100-115, maio/ago. 2019.

ARAÚJO, U.E.; SASTRE, G. (orgs.) *Aprendizagem baseada em problemas no Ensino Superior*. São Paulo: Summus, 2009.

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. Metodologia da problematização: uma alternativa metodológica. *Revista Brasileira de Enfermagem*, Brasília, v. 51, n. 2, p. 25-34, abr./jun. 1998. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-71671998000200005&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 19 out. 2021.

BERBEL, N. A. N. (org.). *Metodologia da Problematização: fundamentos e aplicações*. Londrina: UEL, 1999.

CAMPOS, L. A. A. Metodologia tradicional versus metodologias ativas: um estudo comparativo. *Educação em Debate*, Fortaleza, v. 38, n. 72, p. 65-81, jul./dez. 2016.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1978.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 49. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GONZÁLEZ, M.; RODRÍGUEZ, L.; ORTEGA, T. Metodologias de aprendizagem: uma revisão da literatura. *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 48, p. 1-17, 2009.

ROSA, Paulo. Metodologias ativas de ensino: desafios e possibilidades para a formação docente. *Revista Brasileira de Educação*, v. 23, n. 70, p. 23-39, 2018.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Filosofia da educação*. 17. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MARIN, Maria José Sanches et al. Aspectos das fortalezas e fragilidades no uso das Metodologias Ativas de Aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação Médica*, v. 34, n. 1, p. 13-20, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbem/a/PgYxhjqpFYqvYK8HvQkDtP/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 10 mai 2023.

SILVA, José Antônio Camargo. *Estudando as novas tecnologias na educação infantil*. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2000.

DIFICULDADES E OBSTÁCULOS NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: construção de um material didático manipulável para o ensino da circunferência trigonometria

Isabella Plácido De Paula Oliveira
Graduanda em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
isbellaplacido2212@gmail.com

Maria Fernanda Justino Ferreira
Graduanda em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
mariafernanda.justino15@gmail.com

Marcos Henrique Rodrigues Bianchini
Graduando em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
marcoshrb13@gmail.com

Adriana Aparecida Silvestre Gera Ribeiro
Mestre em Psicologia – Uni-FACEF
dracaasg@hotmail.com

1. INTRODUÇÃO

A trigonometria é uma área da Matemática que apresenta dificuldades e obstáculos ao processo de aprendizagem do aluno, principalmente quando se trata de ensinar o escopo da trigonometria.

Compreender os conceitos de trigonometria como seno, cosseno e tangente, e aplicá-los para resolver problemas é fundamental para o sucesso em muitos campos, como engenharia, física e arquitetura.

No entanto, muitos alunos têm dificuldade em entender e visualizar esses conceitos abstratos. Uma abordagem pedagógica pode ser utilizada para enfrentar esse desafio é usar materiais manipuláveis para ajudar os alunos a criar conceitos por meio de atividades práticas.

Este artigo tem o objetivo de apresentar a construção de materiais didáticos operáveis para o ensino de diversas funções trigonométricas com o objetivo de facilitar o aprendizado e tornar as aulas mais acessíveis e dinâmicas para os alunos.

2. HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

A trigonometria é uma área da matemática que busca estudar as relações entre os ângulos e lados do triângulo. Ela está inserida em um contexto histórico inteiramente ligada a diversas civilizações antigas onde houve um conjunto de contribuições até resultar no que temos hoje em dia.

De acordo com estudos já realizados sobre a história da trigonometria, suas origens partem da antiguidade onde os antigos egípcios e babilônios por volta de 2000 a.C., desenvolveram seus conhecimentos sobre o tamanho dos lados do triângulo, medidas dos seus ângulos, inteiramente relacionados a astronomia e construção de estruturas, porém, se tratava de conhecimentos empíricos.

A matemática teórica formal voltada a trigonometria passou a se desenvolver na Grécia onde o matemático grego Hiparco no século II a.C. foi considerado um dos primeiros a fornecer contribuições significativas a trigonometria, onde foi desenvolvida uma tabela de cordas que visava relacionar seus comprimentos com os ângulos correspondentes centrais em um círculo.

Porém, o marco que mereceu maior relevância durante os avanços e desenvolvimentos da trigonometria foi quando o Grego Ptolomeu no século II d.C. em sua obra “Almagesto” estabeleceu uma base teórica sólida que tratava da relação entre lados e ângulos na esfera.

Muitos nomes importantes passam a se destacar durante o desenvolver dos conceitos da trigonometria e sua formação, como o período do renascimento, Império romano, matemáticos árabes, além de nomes importantes como Nicolau Copérnico, Isaac Newton e diversos outros que deram suas contribuições nesses estudos.

Então, após todos esses processos, a trigonometria continua sendo estudada e aplicada em áreas como a física, engenharias, computação e outras. Atualmente é indispensável no estudo matemático com sua ampla gama de aplicações em diversos contextos e disciplinas.

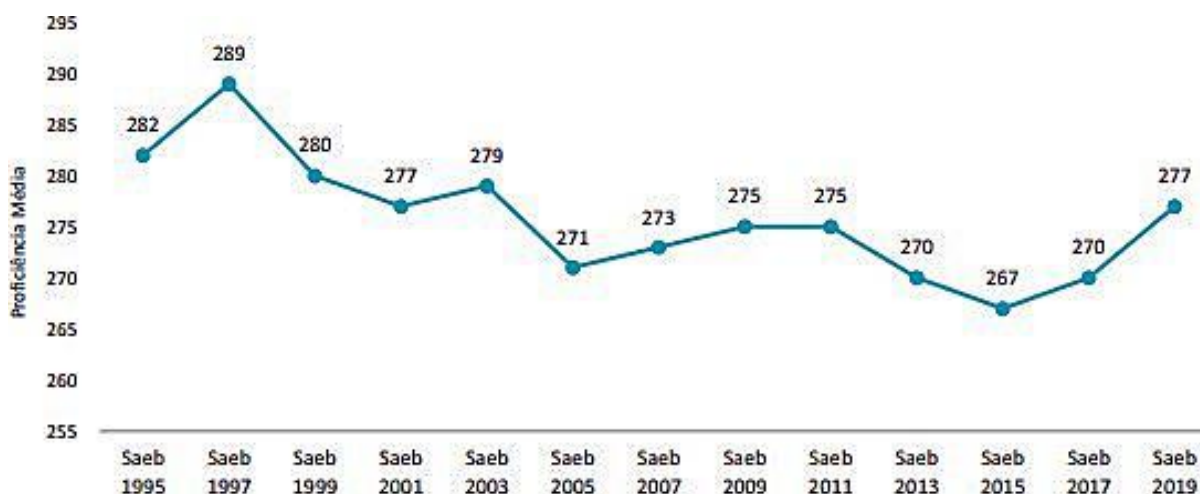
3. AS DIFICULDADES NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Ao refletir sobre o conteúdo básico que deve ser ministrado no Ensino Médio, é impossível ignorar a importância da trigonometria, uma vez que esta aprimora a compreensão de conceitos matemáticos, geométricos e físicos necessários para uma formação sólida. Infelizmente, muitas vezes, o sistema educacional não se esforça o suficiente para melhorar, não utilizando metodologias inovadoras e práticas adaptadas à vida cotidiana do aluno. Como resultado, muitos alunos acabam desenvolvendo uma aversão à Matemática, acreditando que é uma disciplina difícil e desumana. No entanto, como educadores, podemos modificar essa percepção ao apresentar a matéria de forma menos formal e mais aplicada à realidade, mostrando como os conceitos serão utilizados no futuro.

3.1 Dificuldades do Ensino e da Aprendizagem da Matemática

Quando se fala das dificuldades específicas do ensino e da aprendizagem da Matemática, é possível identificar pontos enraizados que muitos alunos e professores carregam consigo. A matemática é uma disciplina em constante construção e aprimoramento, e o ensino precisa levar em conta as adaptações feitas, como novas metodologias, olhares e perspectivas, a fim de humanizar o aprendizado matemático. Desde suas primeiras aplicações, a matemática tem sido utilizada para contar, medir e quantificar, e já é possível observá-la como algo próximo da realidade cotidiana. Além disso, é necessário considerar a importância de cuidar dos professores para que possam formar alunos conforme as exigências sociais, preparando-os para o futuro que os aguarda e desenvolvendo habilidades ao longo do processo educacional. A soma de todas essas questões pode resultar em notas baixas e comentários negativos relacionados à disciplina, como indicado nas partes do relatório de resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB, 2019)

Figura 1 - Evolução das proficiências médias no SAEB em matemática na 3ª série do Ensino Médio tradicional - Brasil - 1995 a 2019.



Fonte: Elaborado por Daeb/Inep.

Neste caso, utilizaremos os resultados do SAEB como uma concretização das dificuldades matemáticas. Vale ressaltar que as avaliações do SAEB variam entre 0 e 500.

3.2 O Contexto que Influencia na Dificuldade da Trigonometria

A partir do momento em que o professor deixa de ser o detentor de todo conhecimento e passa a ser um mediador, concretizam-se trocas de conhecimentos, construções de ideias e um novo olhar para a educação. De acordo com Oliveira (2006), em seu estudo sobre os obstáculos no ensino da

trigonometria, é possível visualizar dificuldades como do ambiente físico, de materiais, estrutura organizacional da escola, dificuldades do paradigma tradicional e da profissão docente e, por fim, as decorrentes das competências e habilidades dos alunos.

Verifica-se que as dificuldades vão muito além do “conhecimento” do aluno. Não deixa de fazer parte, mas também não é vista como um todo. Existe o contexto citado acima com os preconceitos e ideias pré-definidas, ambiente escolar que dificulta ou facilita a aprendizagem, visto que umas dispõem de material, outras não; o professor conseguir manusear tais materiais, sair da sua zona de conforto e diversos outros quesitos que interferem no aprender (OLIVEIRA, 2006).

3.3 Os Facilitadores do Ensino

Conforme já visualizado anteriormente, a trigonometria é o ramo da Matemática que estuda a relação entre os ângulos e os lados dos triângulos. A área é amplamente ensinada em diversas áreas como engenharia, física e arquitetura, tornando-se uma das disciplinas mais importantes para o desenvolvimento acadêmico e profissional.

No entanto, para muitos alunos, a trigonometria pode ser difícil, principalmente por causa de sua abstração e complexidade. Por esse motivo, é importante que os professores utilizem materiais que facilitem o ensino dessa disciplina. De acordo com diversos autores como Gravina (2018), Gomes (2016), Grando (2017), Maia (2018) e Ribeiro (2016), os materiais facilitadores mais eficazes para o ensino de trigonometria são:

- **Gráficos e tabelas:** As imagens são muito úteis para os alunos visualizarem conceitos de trigonometria. Por exemplo, um diagrama de um triângulo retângulo mostrando os ângulos e lados de um triângulo ajuda os alunos a entender as relações do triângulo.
- **Jogos e Atividades:** Jogos e atividades que usam trigonometria podem tornar o aprendizado mais divertido e envolvente. Por exemplo, jogos de quebra-cabeça que resolvem problemas trigonométricos ou jogos de tabuleiro que requerem o uso de fórmulas trigonométricas podem ser muito úteis.
- **Vídeo instrucional:** Os vídeos instrutivos são uma ótima maneira de apresentar os conceitos de trigonometria de forma mais dinâmica e visual. Existem muitos vídeos disponíveis na Internet que mostram exemplos práticos de como usar as fórmulas trigonométricas em diversas situações.
- **Softwares e aplicativos:** Software e aplicativos que permitem aos alunos

explorar os conceitos de trigonometria interativamente podem ser muito eficazes. Por exemplo, um software que simule um triângulo retângulo e permita que os alunos manipulem os ângulos e lados do triângulo pode ajudá-los a entender melhor as relações entre triângulos.

- Livro didático: Um livro didático com explicações claras e exemplos bem estruturados também é uma ferramenta importante para o ensino de trigonometria. O livro deve apresentar a teoria e as fórmulas de forma clara e factual, e conter muitos exemplos práticos e exercícios para que os alunos possam aplicar o que aprenderam na prática.

Em suma, o uso de materiais complementares torna o aprendizado de trigonometria mais fácil e divertido para os alunos. É importante que os professores usem uma variedade de materiais para atender às diversas necessidades e estilos de aprendizagem de seus alunos.

4. A CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMETRIA

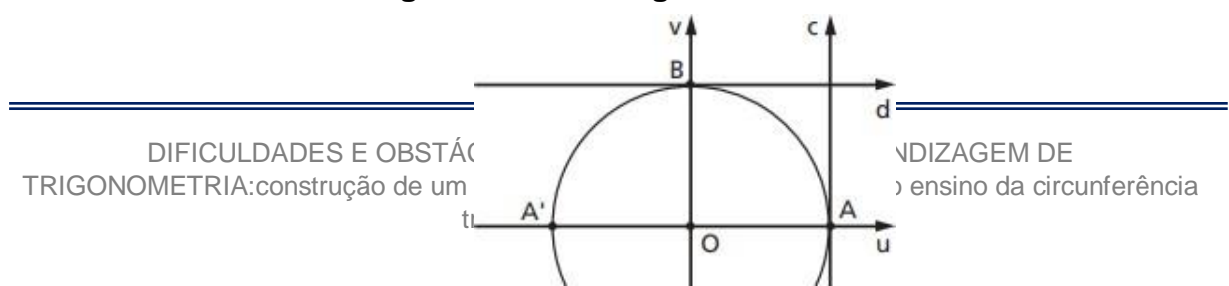
Uma circunferência com raio 1, centrada na origem de um sistema de coordenadas cartesianas, é usada para representar as relações entre ângulos e as coordenadas dos pontos na circunferência. Este tópico, para falar sobre os conceitos e definições da circunferência trigonométrica, se referenciou no livro Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria, de Gelson Iezzi, 2012.

4.1 Razões Trigonômétricas na Circunferência

4.1.1 Noções Gerais

Para o estudo das razões trigonométricas na circunferência, associa-se ao ciclo três eixos:

Figura 2 - Ciclo Trigonométrico



Fonte: IEZZI, 2013, p. 39

- eixo dos cossenos
(u) direção: OA
sentido positivo: $O \rightarrow A$
- eixo dos senos (v)
direção: perpendicular a u, por O
sentido positivo: $O \rightarrow B$ ²
sendo B tal que o arco $AB = -\frac{\pi}{2}$
- eixo das tangentes (c)
direção: paralelo a v por A
sentido positivo: o mesmo que v

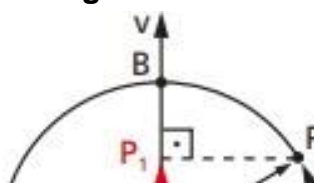
Os eixos u e v dividem a circunferência em quatro arcos: AB, BA', A'B' e B'A'. Dado um número real x, usamos a seguinte linguagem para efeito de localizar a imagem P de x no ciclo:

- x está no 1° quadrante \leftrightarrow P pertence ao arco AB
- x está no 2° quadrante \leftrightarrow P pertence ao arco BA'
- x está no 3° quadrante \leftrightarrow P pertence ao arco A'B'
- x está no 4° quadrante \leftrightarrow P pertence ao arco B'A

4.1.2 Seno

Por definição, dado um número real x que pertence $[0, 2\pi]$. É denominado seno de x a ordenada OP₁ do ponto P em relação ao sistema uOv.

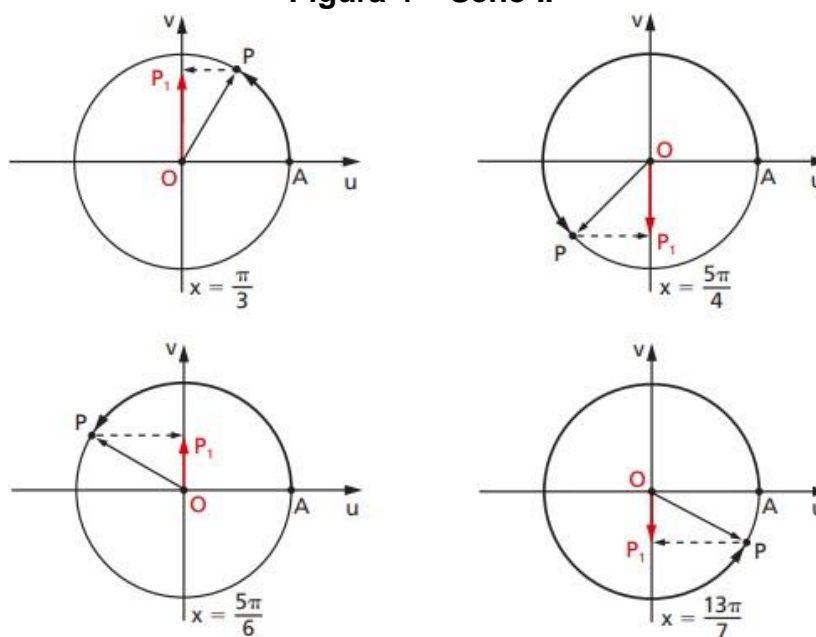
Figura 3 – Seno



Fonte: IEZZI, 2013, p. 40

Para cada número real x que pertence a $[0, 2\pi]$ existe uma única imagem P e cada imagem P tem um único valor para $\text{sen } x$ ($OP_1 = \text{sen } x$).

Figura 4 – Seno II

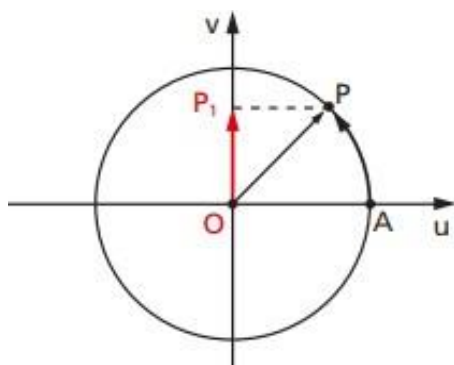


Fonte: IEZZI, 2013, p. 40

Além disso, há algumas propriedades de importante conhecimento:

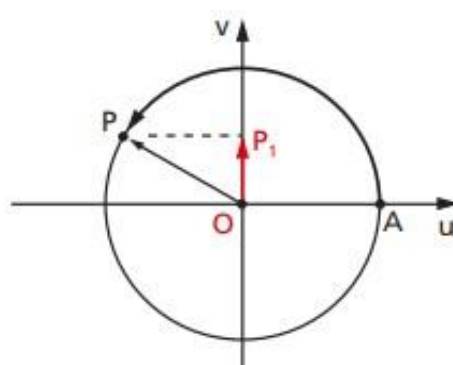
- Se x é do primeiro ou segundo quadrante, então $\text{sen } x$ é positivo.

Figura 5 - Seno III



$$0 \leq OP_1 \leq 1$$

$$0 \leq \text{sen } x \leq 1$$



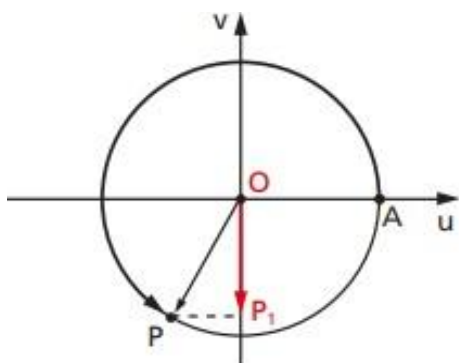
$$0 \leq OP_1 \leq 1$$

$$0 \leq \text{sen } x \leq 1$$

Fonte: IEZZI, 2013, p. 41

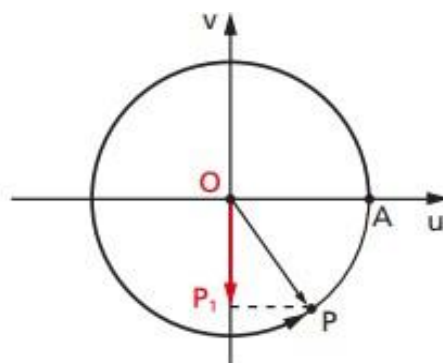
- Se x é do terceiro ou quarto quadrante, então $\text{sen } x$ é negativo

Figura 6 - Seno IV



$$-1 \leq OP_1 \leq 0$$

$$-1 \leq \text{sen } x \leq 0$$



$$-1 \leq OP_1 \leq 0$$

$$-1 \leq \text{sen } x \leq 0$$

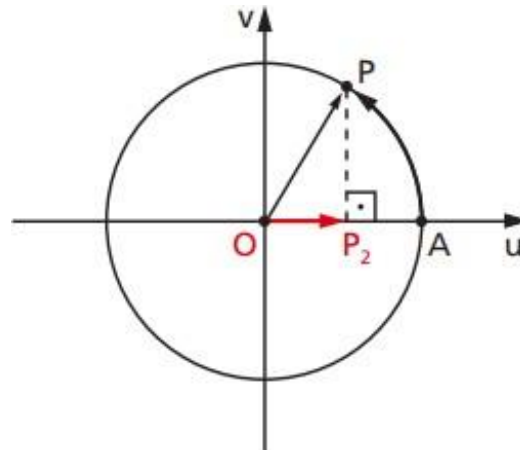
Fonte: IEZZI, 2013, p. 41

4.1.3. Cosseno

Por definição, dado um número real x que pertence $[0, 2\pi]$. É

denominado seno de x a abscissa OP_2 do ponto P em relação ao sistema uOv .

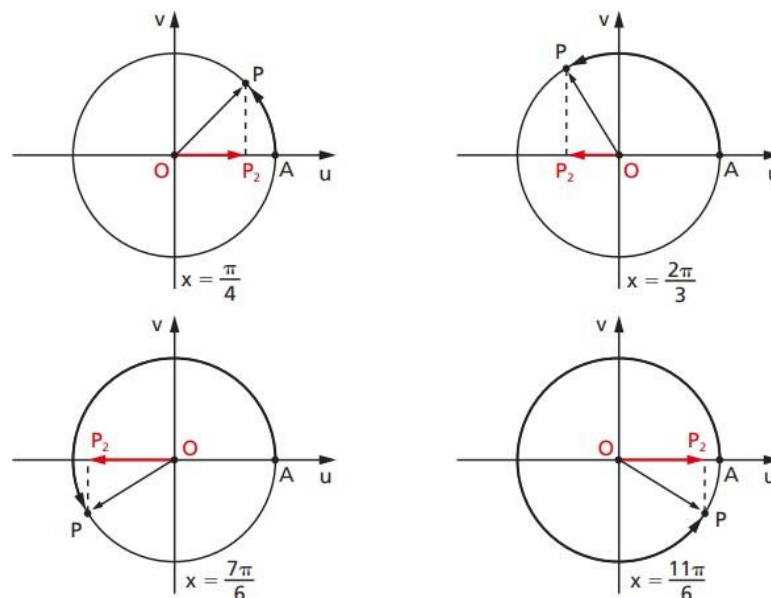
Figura 7 - Cosseno I



Fonte: IEZZI, 2013, p. 45

Para cada número real x que pertence a $[0, 2\pi]$ existe uma única imagem P e cada imagem P tem um único valor para $\text{sen } x$ ($OP_2 = \text{sen } x$).

Figura 8 - Cosseno II

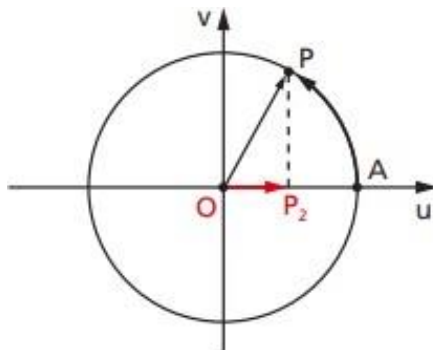


Fonte: IEZZI, 2013, p. 46

Além disso, há algumas propriedades de importante conhecimento:

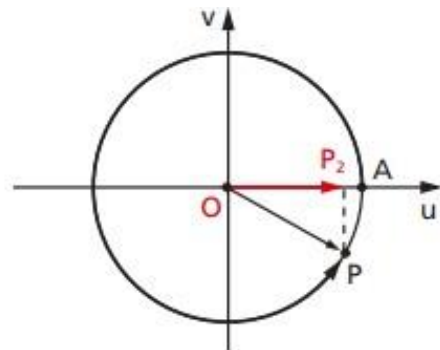
- Se x é do primeiro ou quarto quadrante, então $\cos x$ é positivo.

Figura 9 - Cosseno III



$$0 \leq OP_2 \leq 1$$

$$0 \leq \cos x \leq 1$$



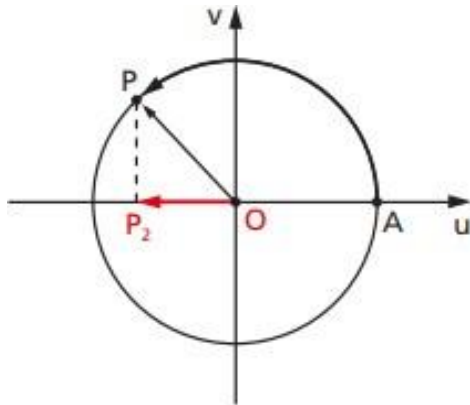
$$0 \leq OP_2 \leq 1$$

$$0 \leq \cos x \leq 1$$

Fonte: IEZZI, 2013, p. 46

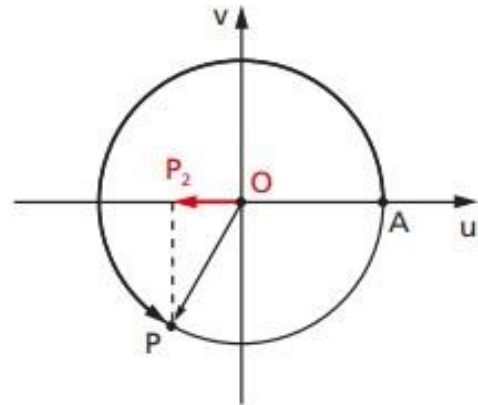
- Se x é do segundo ou terceiro quadrante, então $\text{sen } x$ é negativo

Figura 10 - Cosseno IV



$$-1 \leq OP_2 \leq 0$$

$$-1 \leq \cos x \leq 0$$

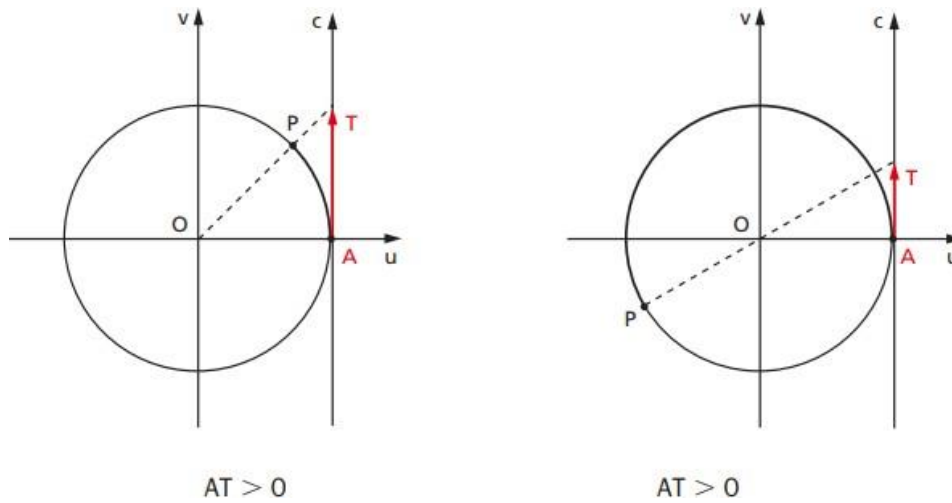


$$-1 \leq OP_2 \leq 0$$

$$-1 \leq \cos x \leq 0$$

Fonte: IEZZI, 2013, p. 47

Figura 11



Fonte: IEZZI, 2013, p. 52

4.1.4 Material Didático

De acordo com Lorenzato (2012), o material didático (MD) é qualquer tipo de instrumento utilizado no processo de ensino-aprendizagem. Assim, o MD pode ser de um giz até um jogo matemático. Dependendo dos objetivos a que se prestam, ele pode desempenhar várias funções. Por isso, o professor antes de usá-lo, deve se perguntar para que eles desejam utilizar o MD: para apresentar um assunto? Para motivar os alunos? Para auxiliar na memorização de resultados? Para facilitar a redescoberta dos alunos? As respostas para essas perguntas facilitará a escolha do material didático mais propício para a aula. Lorenzato (2012) ainda ressalta que o MD não é garantia de um bom ensino, nem de aprendizagem significativa e não substitui o professor, ele é apenas um facilitador quando utilizado de maneira certa.

Lorenzato (2012) ressalta também que o processo de aprendizagem começa com o apoio dos nossos sentidos e, para chegar no conceito abstrato, é preciso partir do concreto. O concreto se refere ao palpável e manipulável.

Essa trajetória é semelhante à que se deve fazer para conseguir o rigor matemático: para consegui-lo, com seus vocábulos, expressões, símbolos e raciocínios, é preciso começar pelo conhecimento dos alunos, que é um ponto distante e oposto ao rigor matemático, porque é empírico e baseado no concreto. O avião retrata bem essa característica aparentemente contraditória do processo educacional: ele é feito para voar, mas, para voar, precisa partir do chão (LORENZATO, 2012. P. 23).

A relação do professor com o MD é muito importante e determinante para o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam significativamente, é indispensável que o docente saiba utilizar corretamente esses materiais que exigem conhecimentos específicos de quem o utiliza. A

eficácia do MD depende mais do professor do que do próprio material.

O modo de utilizar cada MD depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar. Um professor que concebe a matemática como um conjunto de proposições dedutíveis, auxiliadas por definições, cujos resultados são regras ou fórmulas que servem para resolver exercícios em exames, avaliações, concursos, seguramente poderia, utilizando-se apenas do quadro-negro, mostrar ou provar aos alunos que a soma dos três ângulos dá 180 graus e, em seguida, dar exercícios para auxiliar na memorização dessa propriedade. Para muitos de nós, a matemática foi ensinada assim e, por isso, não conseguimos admirar a beleza e harmonia dela, nem ver nela um essencial instrumento para cotidianamente ser colocado a nosso serviço. Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar” (LORENZATO, 2012, p. 25).

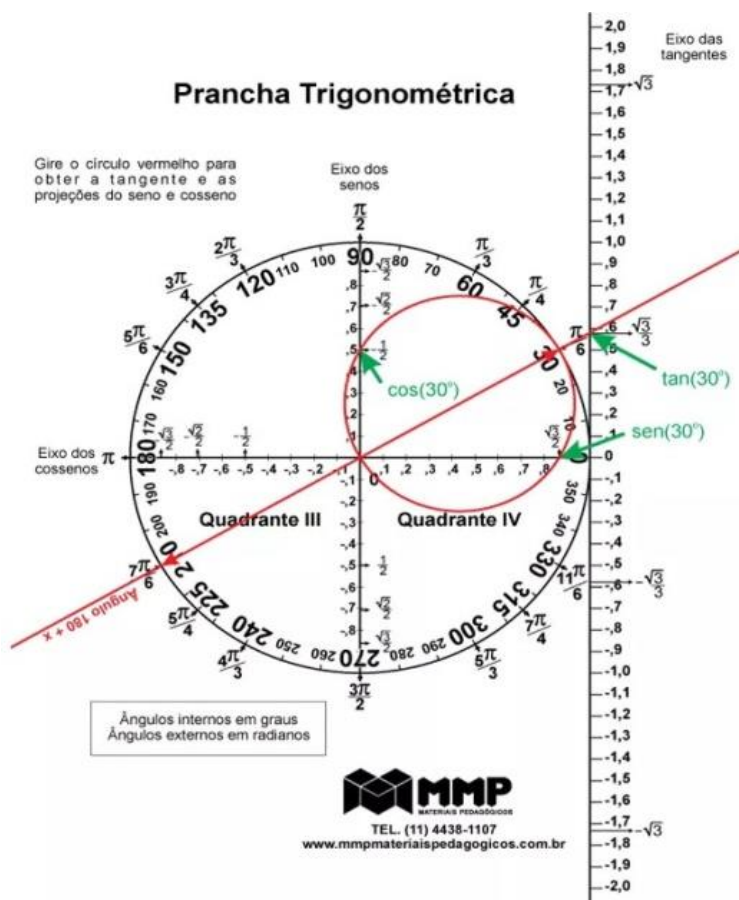
Lorenzato (2012) ainda ressalta que o material didático é de extrema importância no processo de ensino e aprendizagem, pois ele é responsável por proporcionar uma experiência mais concreta e significativa para o aluno, tornando o conteúdo mais interessante e acessível. Além disso, é uma ferramenta que auxilia o professor a tornar a aula mais dinâmica, interativa e motivadora, contribuindo para uma melhor compreensão e assimilação dos conteúdos pelos alunos.

Por fim, o material didático é uma ferramenta que permite ao aluno uma maior autonomia e participação no processo de aprendizagem, pois ele pode manipular, experimentar e descobrir por si mesmo. Isso estimula a curiosidade, a criatividade e o interesse dos alunos, contribuindo para um aprendizado mais significativo e duradouro. Neste artigo, será usado como auxílio para a aprendizagem da trigonometria, um material didático manipulável, visando facilitar o processo de ensino-aprendizagem de trigonometria.

4.2 A prancha Trigonométrica

A prancha trigonométrica é um material didático que se destaca como um recurso valioso para o ensino das relações trigonométricas de forma concreta. Com o uso da prancha, o professor pode apresentar o ciclo trigonométrico, seus elementos, a localização dos arcos e suas projeções de seno e cosseno, além da tangente, substituindo assim a tradicional lousa (GUIMARÃES, 2019).

Figura 12 - Prancha Trigonométrica II



Fonte: MMP Materiais Pedagógicos, 2019, online.

Ela é composta por duas partes distintas: uma base branca estacionária e uma parte transparente que pode ser girada. O círculo trigonométrico de raio $r=1$, subdividido em ângulos e numerado internamente em graus e externamente em radianos, está localizado na base branca. Há também eixos para os valores dos senos, cossenos e tangentes, divididos em décimos, bem como os valores irracionais de ângulos notáveis (GUIMARÃES, 2019).

A parte giratória e transparente da prancha contém uma reta vermelha que passa pela origem e serve como ponto de rotação, bem como uma circunferência de raio igual a $R/2$, com centro localizado em uma das semirretas. Ao girar a parte transparente, a reta vermelha forma um ângulo θ com o eixo dos cossenos (que é horizontal), permitindo a verificação simultânea do valor do ângulo, do seno, do cosseno e da tangente, simplesmente observando os pontos de intersecção da circunferência com os eixos dos senos e cossenos, e da reta com o eixo das tangentes (GUIMARÃES, 2019).

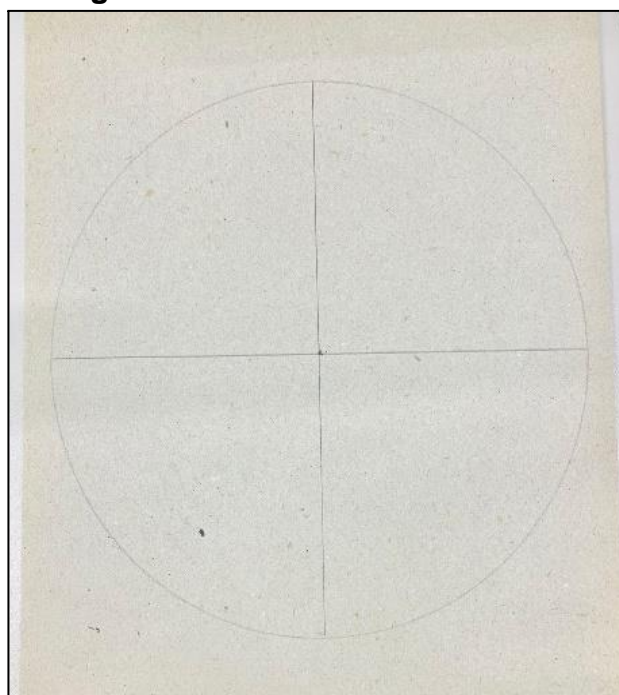
4.3 Construção da Prancha Trigonométrica

Neste trabalho, será construído a prancha trigonométrica com foco nos estudos dos seno e cosseno dos ângulos, por isso, o material será construído sem análise da tangente destes ângulos.

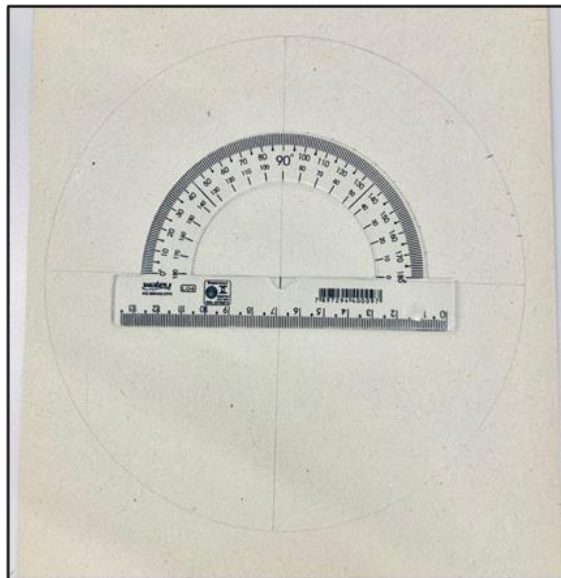
O objetivo é que os alunos construam, para que vão se familiarizando com a circunferência trigonométrica. Os materiais necessários para a construção deste material didático são: uma folha de espessura mais grossa, compasso, transferidor, caneta/canetinha, folha transparente e um pino de encaixe. A seguir o passo a passo para a confecção.

4.3.1 Na folha de papel mais grossa, com o auxílio do compasso construa uma circunferência.

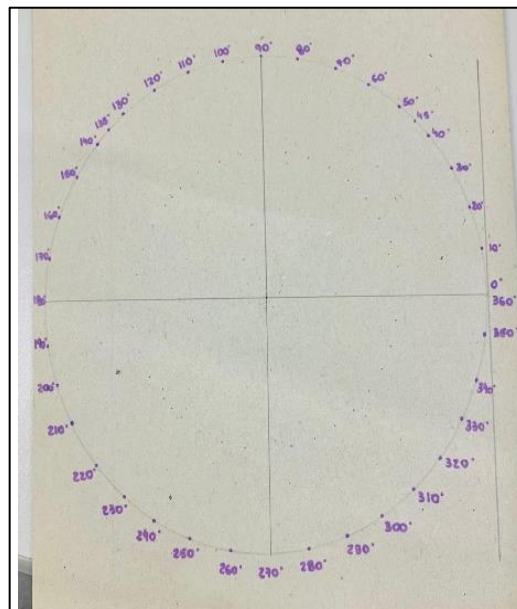
Figura 13 - Construindo o Material



Fonte: Próprios autores, 2023

4.3.2 Com a ajuda de um transferidor, construa os ângulos na circunferência.**Figura 14 - Construindo o Material**

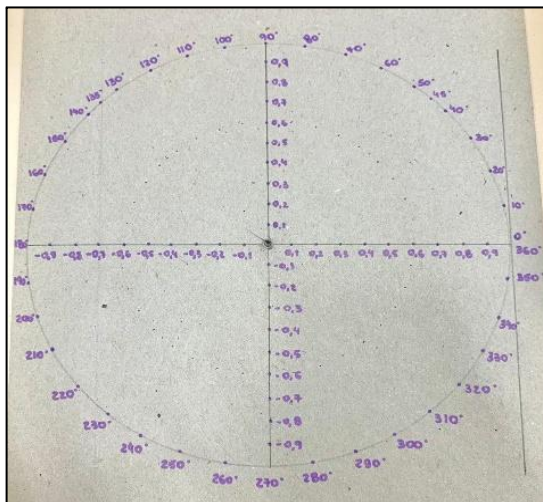
Fonte: Próprios autores, 2023

Figura 15 - Construindo o Material

Fonte: Próprios autores, 2023

4.3.3 Sabendo que o raio da circunferência trigonométrica é igual a 1, coloque os pontos respectivos no eixo do seno e do cosseno.

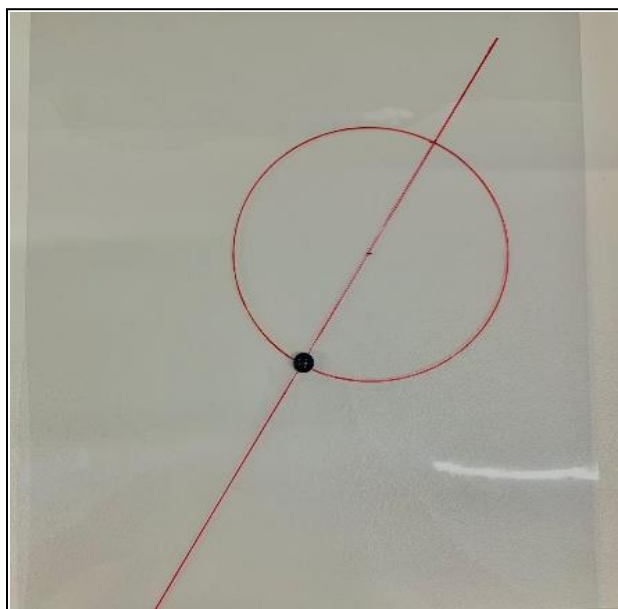
Figura 16 - Construindo o Material



Fonte: Próprios autores, 2023.

4.3.4 Em seguida, em uma folha transparente, desenho uma circunferência de diâmetro igual ao raio da circunferência maior, traçando um risco maior ao meio.

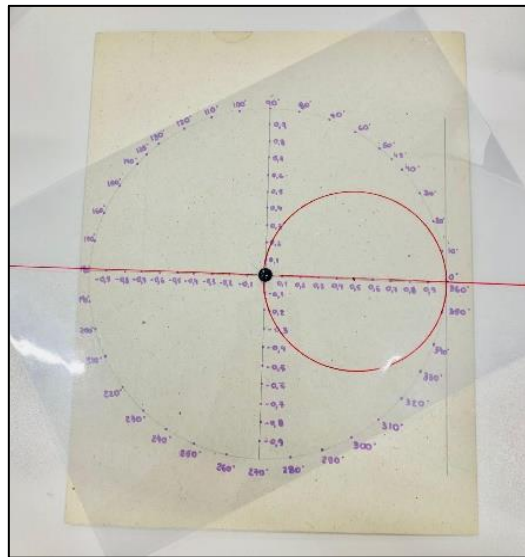
Figura 17 - Construindo o Material



Fonte: Próprios autores, 2023

4.3.5 Com auxílio do pino de fixação, encaixe as duas folhas

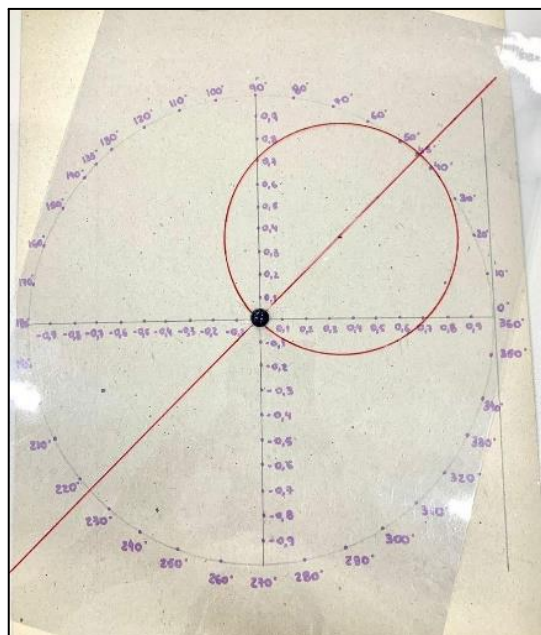
Figura 18 - Construindo o Material



Fonte: Próprios autores, 2023

Note que a folha transparente será rotacional, permitindo assim a verificação simultânea do valor do ângulo no eixo do seno e do cosseno. Por exemplo, o ângulo de 45° tem seno e cosseno igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$, resultando em aproximadamente 0,7. Observe que se a rotação da folha transparente para o ângulo de 45° , a circunferência menos passa exatamente em 0,7.

Figura 25 - Construindo o Material



Fonte: Próprios autores, 2023.

Isso acontecerá com todos os outros ângulos. É importante salientar que esta circunferência foi construída em graus, pois para os alunos fica mais fácil de visualizar e não fazer confusão. Entretanto, na trigonometria é muito comum trabalhar em radianos, o que não impede de construir este material para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização do artigo, foram efetuadas buscas sobre a análise dos pesquisadores que identificaram diversas questões que impactam negativamente a compreensão dos estudantes no processo ensino-aprendizagem da trigonometria, especificamente referente à circunferência trigonométrica. Uma das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos é a abstração envolvida nos conceitos da trigonometria e na compreensão da relação entre os ângulos e as medidas na circunferência trigonométrica. Além disso, a falta de uma representação visual palpável dificulta a compreensão dos conceitos e leva a confusões e erros conceituais. Com a construção e utilização do material proposto, é possível que os alunos acessem e experimentem os conceitos trigonométricos de forma prática. Dessa forma, eles podem visualizar os ângulos, as medidas e as relações entre as grandezas trigonométricas, além das propriedades da circunferência trigonométrica de uma maneira mais eficaz. Esse recurso é um facilitador no ensino da circunferência trigonométrica e tem o potencial de superar as dificuldades e obstáculos encontrados pelos estudantes.

A incorporação de materiais manipuláveis como ferramentas de apoio ao ensino da trigonometria pode auxiliar na superação das dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos. Uma abordagem visual e prática desses recursos aumentará muito sua compreensão, retenção e aplicação dos conceitos trigonométricos. No entanto, é importante que os professores sejam capacitados para utilizar os recursos de maneira eficaz, desenvolvendo estratégias de ensino que explorem todo o potencial do material manipulável e promovam a participação ativa dos alunos. A construção de materiais operacionais para o ensino de trigonometria no âmbito se apresenta como uma solução promissora para superar dificuldades e obstáculos no processo de aprendizagem de trigonometria. Essa abordagem inovadora dá aos alunos uma compreensão mais robusta e significativa dos conceitos de trigonometria.

REFERÊNCIAS

BANDEIRA, Denise. Materiais didáticos. Curitiba: IESDE Brasil S.A, 2009.

BOYER, C. B., & Merzbach, U. C. (2010). A History of Mathematics (3rd ed.). John Wiley & Sons. (Capítulo 9: Trigonometry in the Renaissance).

COSTA, Nielce M. Lobo. A História da Trigonometria, 2019. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_pdf/historia_trigono.pdf. Acesso em: 20 abr 2023.

DIAS, R. A., & Ribeiro, E. P. (2008). A trigonometria no contexto histórico e suas aplicações. *Acta Scientiae*, 10(2), 121-136.

GRAVINA, M. A; TAVARES, S. M. Trigonometria: possibilidades de ensino e aprendizagem com uso de jogos. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 9, n.1, p. 33-45, 2018.

GOMES, D. N; SILVA, A. F. O uso do software GeoGebra no ensino de trigonometria. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 38, n.3, 2016.

GRANDO, R. C. S; PEDRON, F. T. O uso de vídeos instrucionais no ensino de trigonometria: uma experiência com estudantes do ensino médio. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 8(2), 57-68, 2017.

IEZZI, Gelson. *Fundamentos da Matemática Elementar: trigonometria*. 9 ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

LORENZATO, Sergio. *O laboratório de ensino da matemática na formação de professores*. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

MAIA, A. F; OLIVEIRA, J. V. O uso de tabelas e gráficos no ensino de trigonometria. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 13, n. 1, 83-95, 2018.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. *Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades*. 2006. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

RESULTADOS SAEB. [S. l.]: INEP, 12 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2019/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2019_volume_1.pdf. Acesso em: 19 abr. 2023.

RIBEIRO, J. C; SILVA, V. A. Uso de livros didáticos no ensino de trigonometria: análise de conteúdos e abordagens. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 7, n. 1, p. 1-13, 2016.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. *Dificuldades na aprendizagem de Matemática*. 2007. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em matemática) - Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

ENSINANDO POR OUTRO CAMINHO: utilizando a geometria para abordar equações do segundo grau

Isabella Plácido De Paula Oliveira
Graduanda em Licenciatura Matemática - Uni-FACEF
isbellaplacido2212@gmail.com

Adriana Aparecida Silvestre Gera Ribeiro
Mestre em Psicologia – Uni-FACEF
dricaasg@hotmail.com

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é o estilo de pensamento nos dias atuais, a linguagem adequada para expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 59). Uma ciência de extrema importância para formação de pessoas, já que lidar com os números, usar a lógica e realizar cálculos são tarefas presentes no nosso cotidiano, e mesmo que de forma imperceptível, desempenha um papel considerável na vida de cada pessoa. Ubiratan D'Ambrósio enfatiza:

Todos lidam com números, medidas, operações, leem e interpretam textos e gráficos, vivenciam relações de ordem e de equivalência, argumentam e tiram conclusões válidas com base em proposições verdadeiras, fazem inferências plausíveis partindo de informações parciais ou incertas; em outras palavras, todos recorrem à matemática (2014, p.44).

Entretanto, esta ciência exata desperta dois sentimentos opostos: apreço ou indignação. Para algumas pessoas a Matemática é encantadora, harmônica, simétrica e surpreendente. Enquanto para outros, torna-se um território árduo, frio em que apenas especialistas ou aqueles dotados de “dons especiais” são capazes de compreender tanta exatidão (D'AMBRÓSIO, 2011). No que se refere ao ensino da Matemática nas escolas, muitos alunos reconhecem que ela é uma peça fundamental em sua formação de vida. Entretanto os resultados obtidos não refletem esta consciência, uma vez que são encontrados obstáculos que dificultam o alcance e aprendizagem plena da Matemática. Desde 1997, estudos publicados nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) – Ensino Fundamental - já apontavam que a Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem.

A Matemática é uma ciência ampla que engloba diversas áreas de estudo, incluindo a álgebra, que é um de seus principais ramos. Historicamente, a álgebra teve suas origens na formalização e sistematização de técnicas para a resolução de problemas. Posteriormente, o conceito de equação foi desenvolvido, o que a levou a ser entendida como o estudo da resolução de equações algébricas. No entanto, em relação ao seu ensino, há uma preocupação constante em avaliar se os alunos estão aprendendo e como estão aprendendo, uma vez que a disciplina envolve valores desconhecidos, variáveis ou incógnitas, exigindo um grau de abstração para a compreensão dos problemas e soluções. Para o ensino de equações de segundo grau não é diferente, já que faz parte de um ramo da álgebra.

Geralmente, as pessoas não têm conhecimento de que existem outras formas de resolver equações quadráticas, pois nas escolas é ensinada somente pela fórmula, sendo a forma mais conhecida de resolução de equações do segundo grau. No entanto, uma compreensão geométrica desse assunto matemático pode fornecer um novo olhar e possibilitar diversas relações e raciocínios antes negligenciados. O ensino de uma ciência tão importante como a matemática requer uma abordagem inovadora para melhorar o desenvolvimento das habilidades cognitivas, as oportunidades educacionais e os índices de desempenho em avaliações. É nesse contexto que se torna relevante expor novos métodos para a resolução de equações do segundo grau sem a fórmula tradicionalmente chamada de Bhaskara. Para alcançar esse objetivo, será elaborada uma sequência didática que explore um método alternativo de ensino e permita a compreensão dos conceitos relacionados a esse tema, contribuindo assim para a promoção da educação científica formal por meio de intervenções nas escolas.

O estudo é composto por sete partes. A primeira é uma introdução. A segunda se concentra no ensino da Matemática, abrangendo a educação como campo das ciências sociais, a qualidade do ensino, a construção do conhecimento e o papel do professor na sala de aula. O terceiro aborda as equações, desde os conceitos básicos até a resolução de equações de primeiro e segundo grau, incluindo a fórmula de Bhaskara. O quarto tópico fornece o contexto histórico das equações quadráticas, destacando que a fórmula de resolução de equações de segundo grau não deve ser atribuída exclusivamente a Bhaskara. O quinto tópico discute a importância dos materiais didáticos para o ensino da Matemática e apresenta o material escolhido para a aplicação prática. O sexto tópico descreve a sequência didática desenvolvida para as aulas, com o objetivo de apresentar e trabalhar o conceito e a resolução de equações quadráticas de forma geométrica. Por fim, as considerações finais.

2. O ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino da Matemática no Brasil é um tema complexo e atualmente passa por muitas discussões. Em geral, é considerada uma disciplina importante já que fornece uma base sólida para a compreensão de outras áreas do conhecimento. Entretanto, a qualidade do seu ensino é frequentemente criticada por diversos motivos.

Alguns afirmam que as dificuldades são causadas por conta de algumas características específicas, já que se trata de uma disciplina que envolve, muitas vezes, conceitos abstratos. Outros associam a metodologias inadequadas, que no caso, principalmente da Matemática, a metodologia mais utilizada é a tradicional, todavia deve-se ficar atento com a questão de trabalhar apenas tradicionalmente, uma vez que pode ser prejudicial para o processo de ensino-aprendizagem do aluno. Alguns culpam o currículo, apontando sua insuficiente atualização, que por mais que tenha sucessivas propostas curriculares, em diferentes países, nunca foram suficientes para alterar o cenário. Há aqueles que afirmam que isso é causado por conta da falta de aplicações práticas. E ainda, aqueles que atribuem a falta de interesse dos alunos (Lorenzato, 2012).

Em 2018, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) divulgou os resultados de sua avaliação trienal, que tem como objetivo medir o desempenho dos estudantes em diferentes áreas do conhecimento em todo o mundo. Na área de Matemática, a pesquisa de 2018 do PISA avaliou cerca de

600.000 estudantes de 79 países. Os cinco países com melhor desempenho em Matemática foram: China, Singapura, Macau, Taiwan e Japão. Os países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) tiveram uma pontuação média de 487, com uma variação significativa entre os países.

De acordo com este programa, o Brasil ficou abaixo da média da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em todas as áreas avaliadas: Matemática, Leitura e Ciências. No entanto, o desempenho dos estudantes brasileiros melhorou em relação à última avaliação, realizada em 2015. Em Matemática, a pontuação média do Brasil foi de 384 pontos, enquanto a média da OCDE foi de 487 pontos. Além disso, o PISA 2018 mostrou que o desempenho dos estudantes brasileiros varia significativamente de acordo com o perfil socioeconômico e cultural. Por exemplo, os estudantes que frequentam escolas privadas tiveram um desempenho significativamente melhor do que aqueles que frequentam escolas públicas. Ainda, os discentes de áreas rurais tiveram um desempenho pior do que aqueles de áreas urbanas.

Algumas iniciativas foram desenvolvidas nas últimas décadas para tentar melhorar o ensino da Matemática no Brasil, como a criação de programas de formação para os professores, o desenvolvimento de novas metodologias de ensino e a produção de materiais didáticos mais atualizados e acessíveis. Além

disso, há uma crescente ênfase na educação STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), que busca incentivar a aprendizagem qualitativa dessas áreas para formar profissionais capacitados e impulsionar a inovação e o desenvolvimento do país.

Em relação à aprendizagem qualitativa, existem muitos estudos de vários autores que abordam sobre este tema. Para Dario Fiorentini (2009), o conceito de qualidade no ensino não só da Matemática, mas como um todo, é relativo e vai se modificando de acordo com determinações socioculturais e políticas. Portanto, vai variando conforme concepções epistemológicas, axiológico-teleológicas e didático-metodológicas, daqueles que pretendem realizar inovações e transformações no ensino.

Já para D'Ambrósio e Machado (2014), a construção do conhecimento só conseguiria ter qualidade e ser confiável se desde o princípio fosse construído por ideias claras e distintas. Deste modo, perante alguma situação complexa, em termos cognitivos, o método ou caminho é apenas um: decompor, analisar e reduziro complexo a ideias simples. Ainda, para eles, não se pode pensar que exista exclusivamente apenas uma forma efetiva de tratar os conteúdos disciplinares, pois seria ingenuidade e arrogância. O professor precisa deixar de pensar que o bom educador é aquele que apenas ensina conteúdos, mas também aquele que facilita a aprendizagem.

Além disso, há diversas iniciativas que visam melhorar o ensino de matemática no Brasil, como:

- Programa de formação de professores: são cursos de capacitação e atualização para professores de Matemática que buscam aprimorar suas habilidades e conhecimentos. Como por exemplo o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e o Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR).
- Novas metodologias de ensino: novas abordagens pedagógicas para o ensinoda Matemática, que visam torná-lo mais acessível e interessante para os alunos como, por exemplo, o ensino baseado em problemas, o uso de tecnologias educacionais e a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento.
- Produções de materiais didáticos atualizados e acessíveis: a criação de materiais didáticos mais atualizados e adaptados à realidade dos alunos, com uma linguagem clara e exemplos práticos, tornando o ensino de Matemática mais interessante e compreensível.
- Incentivo à participação dos alunos em olimpíadas e competições de Matemática: a participação em olimpíadas e competições de matemática pode estimular o interesse dos anos na disciplina e proporcionar um desafio que os motive a aprimorar seus conhecimentos.

- Iniciativas governamentais: o governo federal, estadual e municipal tem realizado diversos investimentos na área da educação, destinado a construção e reforma de escolas, aquisição de materiais pedagógicos e contratação de professores.

Suponha que seria o bastante descrever as diferentes formas de ensinar matemática, mas não é tão simples assim, porque cada forma de ensinar possui uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de educação, além da visão de mundo, de sociedade e de homem. Tendo como exemplo um professor que enxerga a Matemática apenas como uma ciência exata, organizada e acabada, muito provavelmente terá uma prática pedagógica diferente de um professor que a percebe como uma ciência viva, dinâmica e desenvolvida pelos homens, de acordo com cada interesse e necessidades sociais. Assim como um professor que acredita que o aluno aprende Matemática memorizando fatos, regras e princípios ensinados pelo professor ou pela repetição cansativa de exercícios, terá uma prática pedagógica diferente do que entende o aluno como um sujeito que aprende pela construção de práticas reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações problemas e problematizações (FIORENTINI, 2009).

Apresentar o conteúdo de uma maneira diferente pode ser considerada uma iniciativa que visa melhorar o ensino, mas que requer uma responsabilidade ainda maior do professor, uma vez que é importante que ele esteja atento a alguns aspectos referentes a forma de apresentação dos conteúdos selecionados. De acordo com Onuchic (2004), ensinar Matemática exige empenho e não há receitas para isso. São vários os caminhos e o objetivo é atingir a maioria dos estudantes, é criar uma consciência do que, do como e do porquê da Matemática. Previamente, independente da disciplina, o docente deve conhecer o que está ensinando, para que ele consiga fazer com que o conteúdo seja relevante também para o aluno. Fazer com que o discente veja significado no que estuda, pode ser considerado até mais importante do que a sua utilidade prática, que nem sempre pode ser associada ao que ensina, principalmente quando se fala na disciplina de matemática.

Sempre que os alunos nos arguem sobre a utilidade prática, o que eles de fato desejam é que apresentemos um significado para aquilo que pretendemos que aprendam. E, na construção dos significados, uma ideia norteadora é a de que as narrativas são muito importantes, são verdadeiramente decisivas na arquitetura de cada aula (D'AMBRÓSIO e MACHADO, 2014, p.57-58).

Paulo Freire (1996), escreve que um bom professor é aquele que, ao falar, consegue trazer o aluno para a intimidade do movimento de seu pensamento. Portanto, sua lição é um desafio e não uma "canção de ninar". Seus alunos estão cansados, mas cansam-se porque acompanham as idas e vindas de seus pensamentos, surpreendem-se com suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas.

O professor, para encarar as adversidades com o ensino da

matemática, mais do que estimular o interesse dos alunos por suas aplicações práticas, é primordial esclarecer sua beleza intrínseca.

É preciso compreender a matemática como um sistema básico de expressão e compreensão do mundo, em sintonia e em absoluta complementaridade com a língua materna. Em outras palavras, é preciso reencantar a matemática - e, para tanto, a exploração de sua aproximação visceral com a língua materna é fundamental (D'AMBRÓSIO e MACHADO, 2014, p.44).

A Matemática não é uma ciência estática, pelo contrário, ela é afetada por uma incessante expansão e revisão de seus próprios conceitos. Dessa maneira, não se pode apresentá-la apenas como uma disciplina fechada, abstrata e desligada da realidade. Ela é um processo de pensamento que envolve formação e aplicação. Ensinar a sem apresentar sua origem, finalidade e conceitos, de acordo com Vasconcelos apud Sebastião e Silva, é como falar as cores a um daltônico: é construir um vazio. Por isso, é preciso oferecer para o aluno experiências que provocam e permitam dar valor na Matemática e nas capacidades que podem ser adquiridas através dela. Além disso, o ensino da Matemática no Brasil é um tema que está em constante evolução, e há muitos esforços sendo feitos para melhorar sua qualidade e estimular o interesse dos alunos nessa disciplina tão importante.

2.1 Equações

Sem dúvida, ao mencionar equações, sejam elas algébricas, exponenciais, diferenciais, trigonométricas ou de qualquer outra natureza - imediatamente se pensa em como elas são fundamentais para a Matemática, sendo um dos estudos mais essenciais já realizados, permitindo resolver diretamente ou indiretamente qualquer problema. Tanto é que a própria linguagem cotidiana incorporou o verbo "equacionar" e expressões como "o xis da questão". Quando as pessoas falam em "equacionar um problema", estão se referindo a resolvê-lo completamente, como se fosse inserido em um mecanismo. Por exemplo, um vendedor de cordas sabe que o preço de um corte é igual ao preço por metro multiplicado pelo comprimento da peça (IMENES; JAKUBO; LELLIS, 2010). No entanto, ele ficaria surpreso se soubesse que sua profissão exige conhecimento de algo tão complexo. As equações estão presentes em todos os lugares e todos gastam algum tempo de suas vidas tentando resolvê-las, embora alguns gastem mais tempo do que outros. Resolver uma equação é encontrar a solução para algo que é desconhecido e é referido como uma incógnita.

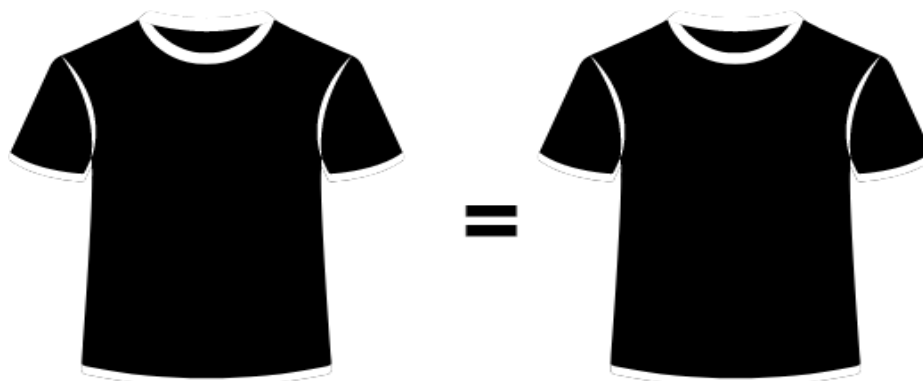
A palavra "equação" tem a mesma origem latina que gerou as palavras "igual" e "igualdade". Embora a letra "x" seja a representação mais comum das incógnitas, outras letras também podem ser usadas para esse fim. A solução de uma equação pode ser um ou mais números, ou até mesmo uma

medida de grandeza física, como peso, intervalo de tempo e várias outras coisas. Encontrar uma solução para uma equação pode significar descobrir não apenas um número, mas também uma forma. Foi a partir da solução de um tipo de equação que Newton demonstrou que as órbitas dos planetas são elipses, com o Sol ocupando um dos focos.

A fim de obter uma compreensão adequada das equações, é fundamental ter conhecimento de dois axiomas mencionados no livro "Os Elementos" de Euclides: ii) se iguais são adicionados a iguais, os resultados são iguais; iii) se iguais são subtraídos de iguais, os resultados são iguais. Esses axiomas também podem ser aplicados às operações de multiplicação e divisão. Além disso, como mencionado anteriormente, é crucial entender as equações como uma igualdade, ou seja, qualquer operação realizada em um lado, deve automaticamente ser realizada do outro, a fim de que ambas permaneçam iguais. Pode-se associar uma equação a uma balança que deve permanecer em equilíbrio. Abaixo segue um exemplo:

1 Imagine duas camisetas idênticas

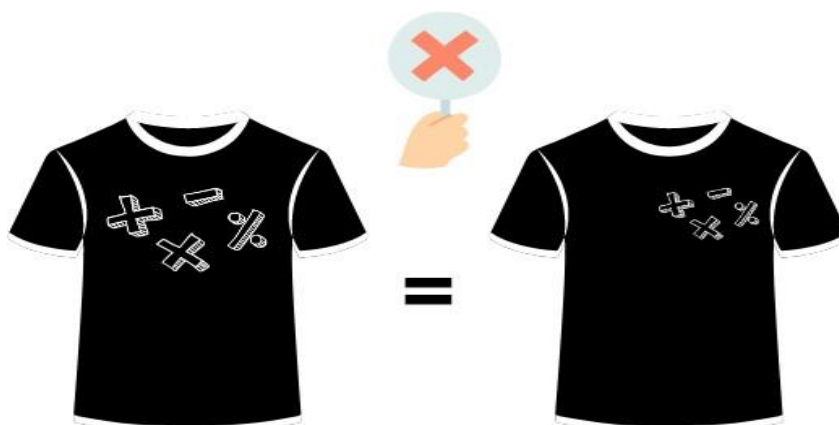
Figura 1 - Camisetas iguais



Fonte: Própria autora, 2022

2 Suponha que tenha solicitado à costureira que costurasse um emblema em suas camisetas, sem especificar que deseja que elas permaneçam inalteradas. Como resultado, as camisetas foram entregues dessa forma:

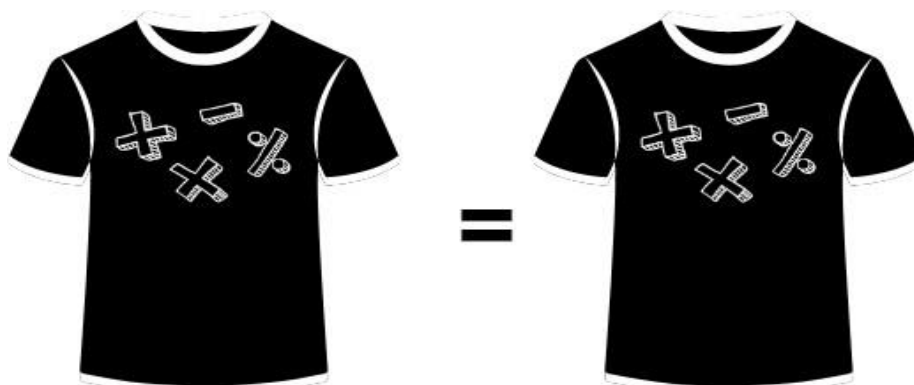
Figura 2 - Camisetas estampadas diferentes



Fonte: Própria autora, 2022

- 3 A igualdade na imagem anterior é inválida, uma vez que as camisetas são distintas. A costureira não colocou os logotipos exatamente idênticos, exigindo um novo ajuste que resultou na seguinte disposição final:

Figura 3 - Camisetas estampadas iguais



Fonte: Própria autora, 2022.

Observe que as camisetas são completamente iguais, o que implica no cumprimento da igualdade e dos axiomas mencionados por Euclides.

Equações algébricas são aquelas em que a incógnita aparece apenas em operações algébricas, tais como adição, subtração, multiplicação, potenciação inteira e radiciação. O grau da equação é determinado pelo maior expoente da incógnita, por exemplo:

Figura 4 - Equações algébricas

$$ax + b = c$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$mx^5 + \sqrt{7}x^3 + k = 8$$

$$x^7 + x^3 + 20x = \sqrt[3]{x^4} + 3x^2 + 16$$

$$x^{-2} = 4 + x^{-3}$$

Fonte: GARBI, 2009, p. 4

Além disso, é relevante salientar que muitos manuais escolares do Ensino Fundamental explicam que equação é uma igualdade entre duas expressões algébricas, porém não oferecem uma definição para expressão algébrica. Expressões algébricas são combinações matemáticas que incluem números, letras e operações. Em outras palavras, uma equação é uma expressão algébrica que apresenta uma igualdade. Ainda que haja diversos tipos de equações algébricas, neste estudo serão discutidas somente as equações com uma única variável de primeiro e segundo grau, com um enfoque específico naquelas de grau dois.

Resolver equações tem como objetivo encontrar o valor ou os valores das incógnitas que satisfaçam a igualdade. As equações polinomiais de primeiro grau, têm incógnitas com grau 1. Elas são representadas pela sentença matemática

$ax + b = 0$, na qual a e b são constantes e x é uma incógnita. A solução para a equação do primeiro grau é encontrada isolando x em um dos lados da igualdade.

Quando há duas incógnitas, a equação é representada por possui infinitas soluções. Veja o exemplo a seguir:

i. A equação de 1º grau com uma incógnita se dá por,

$$\begin{aligned}ax + b &= 0 \\ax + by + c &= 0 \text{ e}\end{aligned}$$

ii. a e b são números reais, suponha então que os valores são 2 e - 6, respectivamente.

iii.

$$\begin{aligned}2x - 6 &= 0 \\2x - 6 + 6 &= 0 + 6 \\2x &= 6 \\2x/2 &= 6/2 \\x &= 3\end{aligned}$$

iv. Uma solução para esta equação foi encontrada, tendo o valor da incógnita igual a 3. Para verificar se a solução está correta, basta substituir o valor 3 no lugar da incógnita x :

$$\begin{aligned}2 \cdot 3 - 6 &= 0 \\6 - 6 &= 0 \\0 &= 0\end{aligned}$$

Portanto, pode - se concluir que o valor de x satisfaz a equação.

As equações polinomiais de segundo grau, em geral, são equações da forma

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ em que } a, b \text{ e } c$$

são números reais e $a \neq 0$. O termo polinomial se deve ao fato de haver um polinômio de grau dois com uma única incógnita no primeiro membro da igualdade. É importante ressaltar que apenas o coeficiente a precisa ser diferente de zero, caso contrário, a equação se tornaria uma equação do primeiro grau, $bx + c = 0$. Existem dois tipos de equações de segundo grau: as completas, que possuem todos os coeficientes diferentes de zero, e as incompletas, que possuem os coeficientes b ou c iguais a zero.

Nas escolas, para abordar equações do segundo grau, costuma-se ensinar aos alunos a fórmula de resolução de equações do segundo grau, por ser um método ágil e rápido. Por exemplo, para resolver a equação utilizando a fórmula, precisamos encontrar os valores de a , b e c , que são os coeficientes da equação. No caso desta equação, temos 1, - 3 e - 10 sucessivamente. Substituindo esses valores, temos:

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Delta = (b)^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -10 \Rightarrow \Delta = 9 + 40 \Rightarrow \Delta = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2a

$$\frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{\sqrt{49}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x' = \frac{3+7}{2} = 5 \text{ e } x'' = \frac{3-7}{2} = -2$$

2

$$x'' = -2.$$

Portanto, as soluções da equação $x^2 - 3x - 10 = 0$ são $x' = 5$ e

$x'' = -2$. É importante destacar que nem todas as equações do segundo grau possuem solução real, o que depende do valor de Δ (delta). Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais; se $\Delta = 0$, a equação possui uma única solução; e se $\Delta < 0$, a equação não possui solução real. Após calcular o valor de delta, é possível continuar a resolução para encontrar a solução da equação.

Ensidadas nas instituições escolares, a fórmula é atribuída a Bhaskara por um erro histórico. No entanto, ao estudar a história da Matemática, é possível descobrir o porquê disso e também que existem outros métodos para o desenvolvimento e resolução dessas equações.

A fim de desenvolver o pensamento matemático dos alunos, é

relevante que sejam trabalhados os conhecimentos algébricos, aritméticos e geométricos, permitindo-lhes compreender o significado das operações e expandir sua capacidade de abstração e generalização. Em um de seus trabalhos, Ourives Filho, Santos e Niella (2010) apresentam algumas possíveis razões para as dificuldades que os alunos enfrentam ao se depararem com equações:

Em tese, ensinar equação não é fácil; não basta pegar o livro e copiar o conteúdo no quadro. É necessário haver interação do professor com o aluno, o docente precisa saber tornar o assunto interessante. Trabalhar somente com as fórmulas não proporciona um aprendizado amplo; pelo contrário, só condiciona o aluno a resolver as equações por esse método, e isso não conduz ao aprendizado – e sim à memorização. O que leva o professor a criar esses obstáculos epistemológicos? Talvez despreparo ou falta de entusiasmo (2010, p.2).

Para que se consiga cessar, em partes, esta dificuldade, a história da matemática pode ser um recurso valioso para os professores ao introduzir equações quadráticas, ajudando os alunos a compreender o processo de construção e evitando a simples memorização de fórmulas. Rosa Neto, destaca:

A matemática é a mais antiga das ciências. Por isso ela é difícil. Porque já caminhou muito, já sofreu muitas rupturas e reformas, possuindo um acabamento refinado e formal que a coloca muito distante de suas origens. Mas caminhou muito justamente por ser fácil (2002, p.19).

3. ÁLGEBRA E GEOMETRIA

Apesar do uso crescente da interdisciplinaridade no ensino para relacionar Matemática com outras disciplinas, como física, ainda é evidente uma falta de comunicação dentro da própria Matemática. Um exemplo disso é o ensino separado de geometria e álgebra, que os torna desconexos. No entanto, a história da Matemática pode oferecer soluções para esse problema, aproximando novamente os diversos conteúdos e trazendo à tona suas problemáticas originais.

A álgebra e a geometria estão intimamente relacionadas, sendo que geometria envolve o estudo de formas, tamanhos, ângulos e outras propriedades geométricas de objetos no espaço, e a álgebra, por sua vez, é usada para descrever e analisar esses objetos geométricos em termos de equações e fórmulas matemáticas, essas duas áreas complementares da Matemática se sobrepõem em muitos aspectos. A álgebra é usada para descrever e analisar objetos geométricos em termos de equações e fórmulas matemáticas, enquanto a geometria é usada para ilustrar conceitos e problemas da álgebra.

Sem a intenção de excluir qualquer método que possa ser aplicado diretamente ao ensino de geometria ou álgebra, este tópico tem como objetivo demonstrar a importância da história da matemática, destacando alguns fatores relevantes relacionados ao assunto em questão.

3.1 A fórmula e a Relação com Bhaskara

Devido à falta de registros históricos autênticos, não é possível determinar com precisão o desenvolvimento da Matemática hindu antiga. No entanto, as ruínas de Mohenjo Daro, uma cidade de 5000 anos localizada no nordeste da cidade de Karachi, no Paquistão, representa a fonte histórica mais antiga. As ruas largas, banheiros ladrilhados, redes de esgoto subterrâneo e piscinas públicas encontradas em Mohenjo Daro sugerem que essa civilização era tão avançada quanto qualquer outra do Oriente Antigo (ROQUE, 2012).

Há cerca de 4000 anos, os nômades das planícies da Ásia Central, chamados de arianos, invadiram a Índia. A palavra "ariano" tem origem na língua sânscrita e significa "nobre" ou "proprietário de terras". A influência desses povos rapidamente se espalhou pela Índia. Durante o primeiro milênio, eles aperfeiçoaram a língua sânscrita, tanto escrita quanto falada, e desenvolveram o sistema de castas. No século VI a.c., as tropas persas invadiram a Índia, mas não conseguiram conquistar definitivamente o país. Nesse período, foram escritos textos religiosos que continham regras geométricas para a construção de altares, os quais são de interesse na história da matemática (ROQUE, 2012).

Por volta de 326 a.C, Alexandre, o Grande, invadiu e conquistou brevemente o território indiano. Logo em seguida, o Império Mauria se expandiu por toda a Índia e parte da Ásia Central. Durante o reinado de Açoka (272-232 a.C), foram construídas algumas das grandes colunas de pedra que ainda existem na Índia, e essas colunas preservam um dos mais antigos símbolos numéricos ainda em uso atualmente. Em seguida, a Índia sofreu várias invasões e a dinastia Gupta, formada por imperadores locais, assumiu o poder. Foi então que começou a Era de Ouro, na qual a Índia se tornou o centro de conhecimento, arte e medicina. Como resultado, cidades e universidades prósperas foram desenvolvidas, juntamente com o primeiro trabalho astronômico importante. Após esse período, a matemática tornou-se mais subordinada à astronomia do que à religião (ROQUE, 2012).

Entre cerca de 450 d.C. até o final do século XV, a Índia foi novamente invadida por diversas potências estrangeiras, incluindo os hunos, árabes e persas. Durante este período, vários matemáticos hindus se destacaram, como Aryabhata, Brahmagupta e Bhaskara (ROQUE, 2012).

Aryabhata, 476, é o escritor dos tratados mais antigos que se conhece. Não se sabe muito sobre sua vida, mas para a matemática e a astronomia indiana essa escrita se tornou uma das obras mais importantes. Obra que apresenta conhecimentos matemáticos variados, *Aryabhatiya* trata de assuntos como as regras do cálculo, processos aritméticos e geométricos, como encontrar raízes quadradas e cúbicas, a contagem de áreas, além de regras trigonométricas pertinentes para a astronomia (ROQUE, 2012).

Entretanto, era um livro de difícil compreensão, por esse motivo era

complementada por menções citadas por outros matemáticos, objetivando esclarecer o significado. O primeiro comentário sobre o livro de Aryabhata foi escrito em 629 por um autor chamado Bhaskara, mas este não é tão conhecido e associado a fórmula de resolução das equações quadráticas, por isso o chamaremos de Bhaskara I. Em seu comentário há indícios de que a matemática em sânscrito era muito rica (ROQUE, 2012).

Em 628, um tratado astronômico do comentário de Bhaskara I foi escrito por Brahmagupta. Em um de seus capítulos, havia uma dedicação a uma Matemática que compreendia observações que continham zero, os números negativos e positivos, quantidades desconhecidas, além de métodos de eliminação de um termo médio e de redução a uma variável. Ou seja, lidava com técnicas para encarar problemas que envolviam quantidades desconhecidas. Pode-se perceber que esses métodos para lidar com esses tipos de problemas, é chamado hoje como equação do segundo grau (ROQUE, 2012).

Mais tarde, essas estratégias utilizadas por Brahmagupta foram citadas por Bhaskara II, o tão conhecido matemático que é relacionado a fórmula de resolução de equação do segundo grau no Brasil e autor dos livros, *Lilavati* e *Bija Ganita*, os mais populares de aritmética e álgebra no século XII. Eles mostram como a prática da “ganita”, que se tratava de estudos dos métodos de cálculo em geral e voltados não somente para a astronomia, presentes também nas autorias de Aryabhata e Brahmagupta, amadureceram ao longo dos séculos (ROQUE, 2012).

No livro *Bija Ganita*, que quer dizer “semente do cálculo”, para resolver problemas com quantidades desconhecidas utilizava-se de regras sucedidas por algoritmos. As regras foram expressas em versos e contêm um comentário do autor objetivando explicá-las. De modo geral, o método de resolução consiste em completar quadrados no primeiro membro para transformar o termo contendo a quantidade desconhecida e transformando em um quadrado perfeito; diminuir o grau da equação extraindo a raiz quadrada dos dois membros; resolver a equação de primeiro grau que resultou (ROQUE, 2012).

Equações com mais de uma incógnita e equações indeterminadas eram muito comuns na matemática indiana. Para esses casos, os procedimentos para resolvê-las era equivalente ao método descrito no parágrafo anterior, sendo utilizado símbolos para representar as incógnitas (ROQUE, 2012).

A tradução do método de Bhaskara II em nossa notação funciona muito bem para resolver o que é chamado hoje de “equações do segundo grau”, mas mesmo assim não é correto atribuir a ele a invenção da fórmula, visto que mesmo que pudessem ser empregados símbolos para representar as incógnitas, não havia símbolos para representar coeficientes genéricos como

a, b etc

da expressão $ax^2 + bx + c$. Se o método indiano for traduzido para a notação algébrica usada atualmente e for aplicado a equação geral, será obtido algo compatível com a fórmula. Portanto, quer dizer que havia um método geral para a resolução daquelas equações, mas não se pode dizer que existia uma fórmula como a que é entendido hoje, já que não havia simbolismo para coeficientes, sendo proposto apenas no século XVI por Viète. Depois de Bhaskara II, a matemática hindu fez apenas progressos dessemelhantes até os tempos modernos (ROQUE, 2012).

De acordo com Eves (2004), os assuntos de história da Matemática mostram algumas contradições e confusões quando se trata dos hindus. Isso acontece, em grande escala, ao caráter obscuro e quase ininteligível dos escritos dos autores hindus. O método de completar quadrados

O método de completar quadrados foi concebido por Muhammad ibn Musa Al Khwarizmi, um matemático e astrônomo que viveu no século IX em Bagdad (BRITANNICA, 2020). Pouco se sabe sobre sua vida, mas há evidências de que ele, ou sua família, era originário da região de Khwarizmi, ao sul do mar Aral, que na época fazia parte da Pérsia ocupada pelos árabes (atualmente parte do Uzbequistão). Al Khwarizmi não era árabe e, portanto, é muito provável que sua língua materna não fosse árabe também, já que os habitantes de Khwarizmi tinham sua própria língua na época. No entanto, seus trabalhos acadêmicos desenvolvidos em Bagdá foram escritos em árabe, a língua científica da época (PUIG, 2008). A figura 5 mostra o rosto de Al Khwarizmi.

Figura 5 - Muhammad ibn Musa Al Khwarizmi



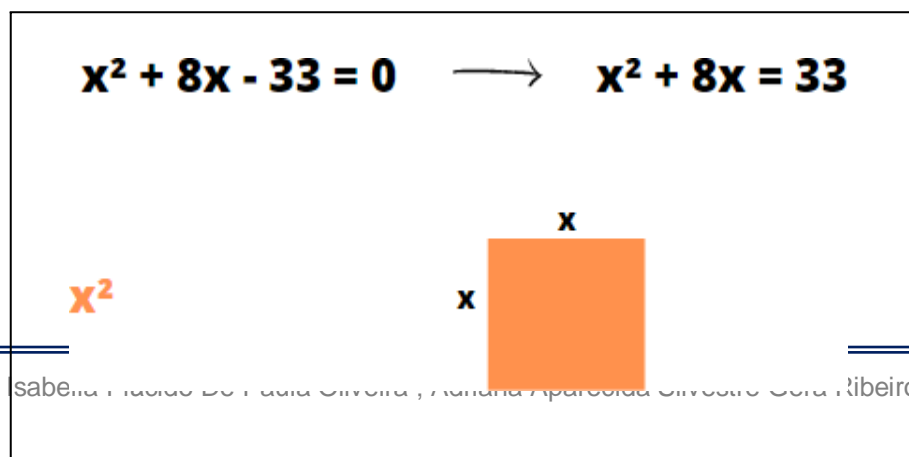
Fonte: Twinkl, 2022, online.

O título de sua principal obra, "Al-jabr wa'l muqabalah", que significa "Livro Compêndio sobre Cálculo por Restauração e Balanceamento", foi influenciado pelo nome do matemático. Nesta obra, Al-Khwarizmi discute soluções para equações de primeiro e segundo grau, apresentadas de forma retórica, sem o uso de símbolos (MOL, 2013, p. 67).

É importante destacar que Al-Khwarizmi é considerado como autor da primeira obra de aritmética árabe conhecida. Nessa obra, ele explica as quatro operações básicas da aritmética e resolve equações lineares e quadráticas, sendo que estas últimas são abordadas tanto de forma aritmética quanto geométrica. Além disso, o trabalho também aborda questões envolvendo mensuração geométrica e alguns problemas relacionados a heranças (EVES, 2004, p. 263).

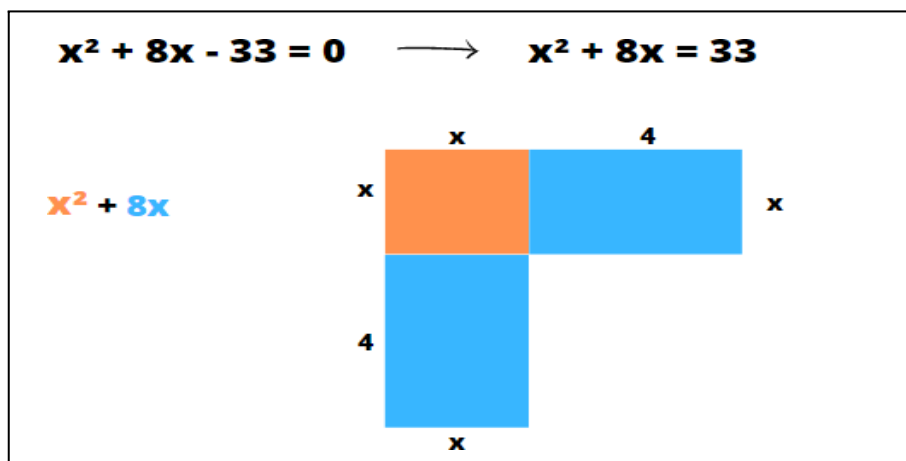
O método empregado neste estudo foi o de Al-Khwarizmi, que combina álgebra e geometria para mostrar geometricamente quando um número é uma raiz de uma equação de segundo grau. Esse método pode ser aplicado para verificar se uma resposta é de fato uma solução para a equação. Abaixo, apresentamos um exemplo criado por Marcelo Viana, diretor do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), de como é possível trabalhar inicialmente com equações do segundo grau utilizando o conceito de área, considerando a equação $x^2 + 8x - 33 = 0$.

Figura 6 - Resolvendo geometricamente I



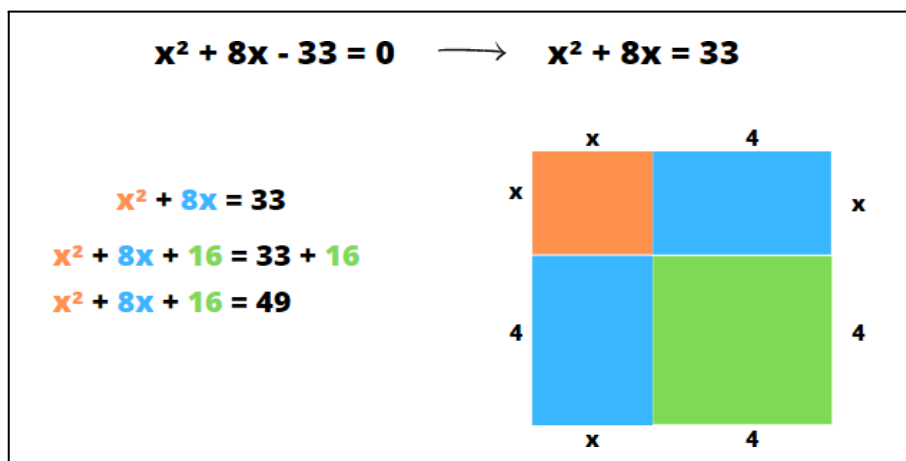
Fonte: VIANA, 2022, online.

Figura 7 - Resolvendo geometricamente II



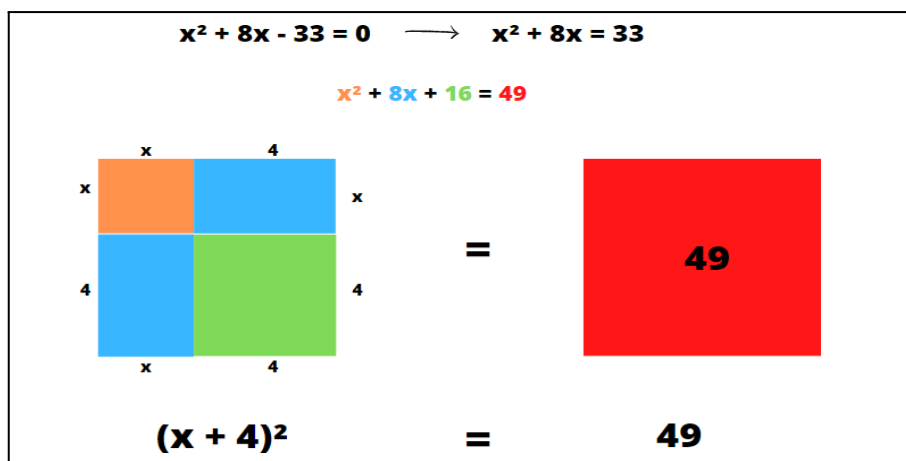
Fonte: VIANA, 2022, online.

Figura 8 - Resolvendo geometricamente III Fonte: VIANA, 2022, online.



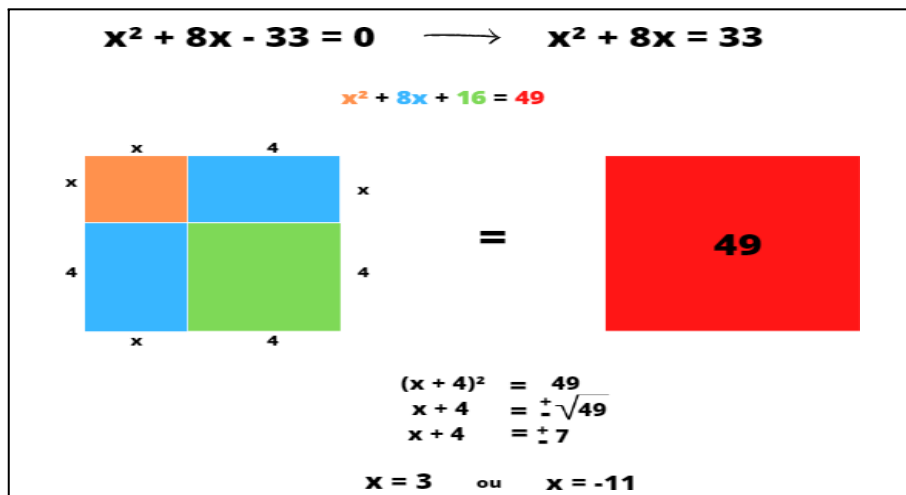
Fonte: VIANA, 2022, online

Figura 9 - Resolvendo geometricamente IV



Fonte: VIANA, 2022, online.

Figura 10 - Resolvendo geometricamente V



Fonte: VIANA, 2022, online.

Dessa forma, ao considerar o conceito de área para solucionar equações do segundo grau, é possível estabelecer relações com a geometria para encontrar a raiz, como no exemplo em que foi encontrado o valor de x igual a 3 e x igual a -11 . Como está sendo relacionado a área de um quadrado para descobri-las raízes, não pode ser admitida área negativa, portanto o -11 não se encaixa, mas se fosse utilizado a fórmula, seriam encontradas exatamente essas raízes.

3.2 Material Didático

Desde a sua história, a educação brasileira tem se preocupado em tornar o processo ensino-aprendizagem mais concreto e menos verbal, a fim de torná-lo mais eficaz e eficiente. Uma das estratégias para alcançar esse objetivo tem sido a utilização de materiais em sala de aula. O material didático é um recurso pedagógico fundamental, que tem o potencial de conduzir interações e melhorar a relação entre professores e estudantes.

O material didático pode ser definido amplamente como produtos pedagógicos utilizados na educação e, especificamente, como o material instrucional que se elabora com finalidade didática (BANDEIRA, 2009, p.14).

Os materiais são uma ferramenta fundamental para o professor em sala de aula, pois permitem tornar as aulas mais dinâmicas, divertidas e compreensíveis, estabelecendo uma conexão entre a teoria e a prática. Como recurso didático, eles são capazes de melhorar significativamente a qualidade do ensino.

Segundo Lorenzato (2006), o papel do professor é fundamental para o sucesso ou fracasso escolar do aluno. Para o autor, ter um bom recurso

pedagógico à disposição não garante uma aprendizagem significativa. O que é realmente importante é o uso correto desses recursos em sala de aula.

Mudar, em educação, não depende apenas de teorias revolucionárias ou eficácia de novos métodos. Diferentes de outros campos de atuação profissional, nenhuma transformação substantiva, nessa área, prescinde do envolvimento dos educadores. Por isso mesmo, toda mudança em educação significa, antes de mais nada, mudança de atitude (ROSA, 2007).

A utilização de materiais didáticos promove experiências de aprendizagem matemática muito estimulantes. Além de contribuir para a assimilação dos conceitos, esses recursos proporcionam muitas oportunidades de contato prático com os materiais, despertando o interesse e envolvimento dos alunos. Dessa forma, é possível construir um suporte físico onde os estudantes possam experimentar, manipular e desenvolver suas observações.

De acordo com Zabala (1998), todos os recursos que auxiliam os professores a lidar com problemas específicos que possam surgir durante o planejamento, implementação ou avaliação do ensino são considerados materiais curriculares. Esses recursos são úteis para solucionar questões relacionadas à execução e avaliação da aula. Levando isso em consideração, é possível concluir que o material didático, ao ajudar o professor a resolver problemas práticos em sala de aula, como a aplicação do conteúdo ou a interação dos alunos, é também um tipo de material curricular.

Para Serrazina (1990), é fundamental utilizar qualquer material com cuidado, pois o mais importante não é o próprio material em si, mas sim a experiência significativa que ele deve proporcionar ao aluno por meio de seu uso.

É de grande importância que o aluno tenha a oportunidade de aprender de maneira que vá além do tradicional, especialmente no ensino de matemática, em que a metodologia convencional é amplamente utilizada pelos professores. De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), é necessário apresentar aos alunos uma forma de aprendizagem significativa, na qual eles possam participar ativamente, raciocinando, colaborando, interagindo, compreendendo e reelaborando o conhecimento historicamente construído, superando assim sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.

No entanto, tão importante quanto a escola disponibilizar materiais didáticos é que o professor saiba utilizá-los corretamente, já que esses recursos exigem conhecimentos específicos. Portanto, ao planejar sua aula, o professor de Matemática deve considerar se o uso de determinado material irá dificultar ou facilitar o entendimento dos alunos, além de saber como e quando empregá-lo adequadamente. É essencial que o docente questione a si mesmo para evitar confundir o aluno, mesmo que essa não seja sua intenção.

Para a realização da pesquisa, será utilizado durante a aplicação, diversos materiais, mas o principal será o "algeplan", que consiste em um conjunto

de 40 peças geométricas, incluindo quadrados e retângulos de cores diferentes. O objetivo principal deste material é auxiliar o estudo das operações algébricas a partir do conceito de área de figuras planas. Cada peça representa um termo algébrico, considerando o valor das áreas a serem encontradas com as medidas propostas.

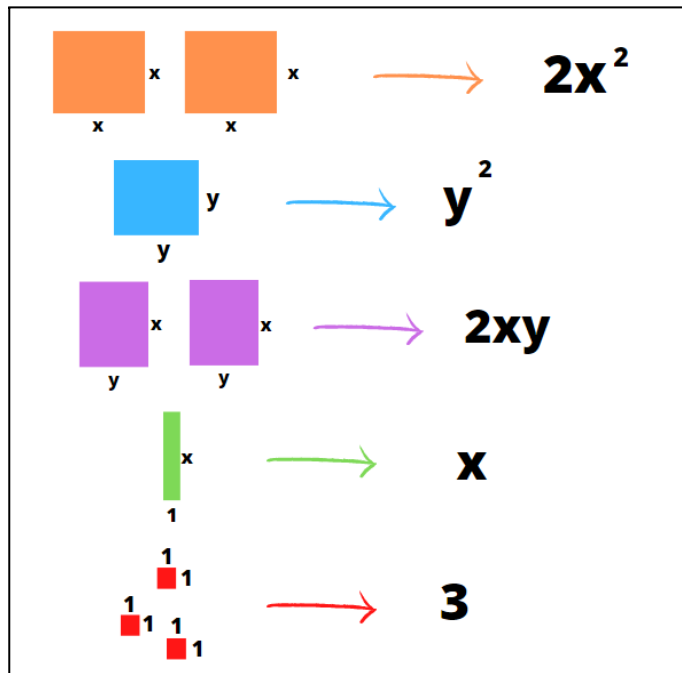
11 - Algeplan



Fonte: Magazine Luiza, online.

Por meio desse material, é possível modelar expressões algébricas com as diferentes peças, como exemplificado na figura abaixo, que apresenta a modelagem da expressão $2x^2 + y^2 + 2xy + x + 3$

Figura 12 - Relacionando expressões com as peças do material didático “algeplan”



Fonte: Própria autora, 2023.

O material didático algeplan pode ser encontrado em versões de MDF produzidas por diversos fabricantes, mas também pode ser feito artesanalmente utilizando EVA, uma vez que suas figuras geométricas são relativamente simples de confeccionar.

Sequência Didática

Nesta sequência de ensino, explorou-se uma abordagem alternativa para encontrar as raízes de equações de segundo grau, um método geométrico, sem o uso da fórmula tradicional, levando em consideração que os alunos já haviam estudado tópicos como área e perímetro de figuras planas e produtos notáveis. As aulas foram dedicadas a inserir equações quadráticas geometricamente, objetivando apresentar aos alunos a resolução dessas equações com uma variável, seguindo uma ordem diferente da usual, que envolve o método geométrico. Embora ainda não tenha sido realizada a análise dos dados para esta pesquisa, ela será incluída em futuros estudos.

Além disso, levando em consideração a defasagem dos alunos causada pela pandemia, apesar deste assunto ser abordado no 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, esta sequência foi aplicada em uma turma do 1º ano do ensino médio, de escola pública, composta por 32 alunos. A professora que disponibilizou seu tempo e sua sala para a aplicação desta sequência estava substituindo a professora efetiva, que estava afastada por um mês.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Escola: Escola Estadual de Franca

Turma: 1º EM

Docente: Isabella Plácido de Paula Oliveira**Disciplina:**

Matemática

Unidade Temática: Equações Polinomiais do 2º grau**Objetivo de aprendizagem:** Encontrar as raízes da equação de grau dois com uma variável utilizando as noções de comprimento e área, completando quadrados.**Objetos de conhecimento:** Área e perímetro de quadrados e retângulos; produtos notáveis; completar quadrados e utilizar noções de comprimento e área de figuras para achar as raízes da equação do 2º grau.**Referências:**

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Método de completar quadrados. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/metodo-completar-quadrados.htm>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2023.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. Equações do 2º grau. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/equacao-2-grau.htm>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari Terra. Para que serve a Matemática: Equações do 2º grau. 17 ed. São Paulo: Atual Editora, 2010.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari Terra. Para que serve a Matemática: Álgebra. 17 ed. São Paulo: Atual Editora, 2010.

DESENVOLVIMENTO: Aula 01**Objetivo:**

- Revisar os conceitos de área e perímetro de quadrado e retângulo;
- Desenvolver habilidade de calcular área e perímetro de quadrados e retângulos em situação-problema;
- Reforçar a compreensão das fórmulas para cálculo da área e perímetro de quadrados e retângulos.

Recursos necessários:

- Lousa e giz;
- Exercícios sobre área e perímetro de quadrado e retângulo;

- Geoplano

Metodologia: Tradicional; Ativa.**Revisão de área e perímetro de quadrado e triângulos:**

- Iniciar a aula questionando os alunos sobre o que é área e perímetro.
- Explicar brevemente os conceitos de área e perímetro, utilizando exemplos simples e ilustrações no quadro.
- Distribua exercícios sobre área e perímetro de quadrado e retângulo, para serem resolvidos em equipe.
- Proponha atividades para que os alunos possam resolver utilizando o geoplano.
- Ao final do tempo estabelecido, retome os exercícios em conjunto esclarecendo dúvidas.

Atividades:

1. Represente no geoplano as seguintes figuras:

(A) Quadrado de área 36 cm^2

(B) Retângulo de área 12 cm^2

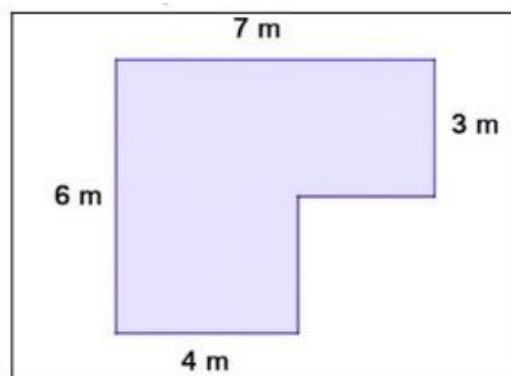
(C) Quadrado de área 81 cm^2

(D) Retângulo de área 16 cm^2

(E) O quadrado 1 tem área de 25 cm^2 e o quadrado 2 também. Calcule a somadas suas áreas e represente o resultado.

2. A área e o perímetro da figura a seguir é:

Figura 13 - Atividade



Fonte: UOL, online.

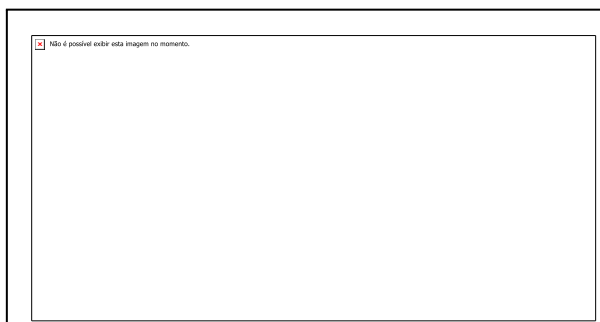
A) $P = 26 \text{ m}$; $A = 33 \text{ m}^2$

B) $P = 26 \text{ m}$; $A = 42 \text{ m}^2$

C) $P = 20 \text{ m}$; $A = 33 \text{ m}^2$

3. A seguir está uma representação do terreno de Jorge, com as medidas de cada um dos lados.

Figura 14 - Atividade II



Fonte: UOL, online.

Analisando esse terreno, podemos afirmar que o seu perímetro e sua área é de?

DESENVOLVIMENTO: Aula 02

Objetivo:

- Revisar os conceitos de produtos notáveis (Quadrado da soma);
- Desenvolver a habilidade de reconhecer os produtos notáveis;
- Explicar como pode ser representado na forma geométrica utilizando algeplan.

Recursos necessários:

- Lousa e giz;
- Exercícios sobre produtos notáveis (quadrado da soma);
- Folhas de papel;
- Algeplan.

Metodologia: Tradicional; Ativa.

Revisão de produtos notáveis e fatoração:

- Inicie a aula questionando os alunos sobre o que são produtos notáveis.
- Explique brevemente os conceitos de produtos notáveis (quadrado da soma), utilizando exemplos simples e ilustrações no quadro, focando na representação geométrica.
- Divida a turma em grupos de 3 ou 4 alunos e distribua exercícios de produtos notáveis e o material didático algeplan para que eles possam resolver e representar.
- Circule pela sala auxiliando os grupos e tirando dúvidas.
- Um pouco antes de terminar o tempo estabelecido, retome os exercícios em conjunto, esclarecendo dúvidas.

Atividade:

1. Resolva e represente com o algeplan todos os produtos notáveis a seguir:

(A) $(x + 6)^2$

(B) $(x + 7)^2$

(C) $(x + 1)^2$

(D) $(x + 5)^2$

(E) $(x + 12)^2$

DESENVOLVIMENTO: Aula 03

Objetivo:

- Desenvolver um olhar geométrico para equações algébricas de 2º grau com uma incógnita.

Recursos necessários:

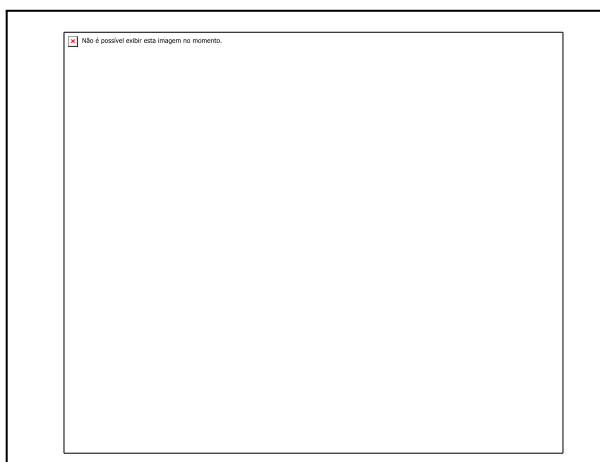
- Lousa
- Papel
- Jogo da Memória

Metodologia: Tradicional; Ativa.

Introduzindo equações geometricamente:

- O intuito é criar e resolver equações algébricas de uma forma geométrica, por exemplo:

Figura 15 - Atividade III

**Atividades:**

Fonte: Própria autora, 2023.

Equações para o jogo da memória:

- Nesta aula, os alunos jogaram um jogo da memória. Neste jogo, o intuito é achar as peças iguais. Pensando em matemática e em enxergar algo algébrico de forma geométrica, os alunos precisarão achar as equações que vão ser dadas, mas na forma geométrica.

(A) $x^2 = 64$ **(E)** $x^2 = 81$

(B) $x^2 = 25$ **(F)** $x^2 = 144$

(C) $x^2 = 4$ **(G)** $x^2 = 169$

(D) $x^2 = 36$

DESENVOLVIMENTO: Aula 04**Objetivo:**

- Compreender brevemente o contexto histórico e o conceito de equações do 2º grau e sua aplicação.
- Identificar a forma padrão da equação do 2º grau e como completar quadrados para resolvê-la.
- Resolver equação do 2º grau com uma incógnita utilizando o método de completar quadrados.

Recursos necessários:

- Lousa e giz
- Papel e lápis
- Algeplan (os próprios alunos irão confeccionar o material)

Metodologia: Tradicional; Ativa.**Encontrando as raízes de uma equação do 2º grau com uma variável, completando quadrados:**

- Apresentar o tema da aula: fale sobre o contexto histórico brevemente e apresente o tema resolvendo equações do 2º grau com uma incógnita completando quadrados.
- Revisar a forma geral da equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$.
- Apresentar o método de completar quadrados para resolver equações do 2º grau.
- Resolver em conjunto com a turma um exemplo de equação do 2º grau utilizando o método de completar quadrados, fazendo o passo a passo.
- Propor duas ou três equações do 2º grau e pedir aos alunos que os resolvam utilizando o método de completar quadrados, mostrando seu passo a passo e depois desenhando a equação na forma algébrica.
- Além disso, pedir para eles escolherem uma delas e representar, como foi feito com o algeplan. Entretanto, dessa vez, eles terão que criar utilizando ou cartolina ou EVA.
- Corrigir em conjunto com a turma as soluções encontradas pelos alunos.

Atividades:

Equações para atividade proposta:

(A) $x^2 + 8x - 9 = 0$

(B) $x^2 + 10x - 24 = 0$

(C) $x^2 + 8x - 33 = 0$

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do estudo apresentado, pode-se notar a importância de olhar para um conceito por vários ângulos, atentando sempre às possibilidades que podem ser estudadas. É desenvolvido uma maior atenção sobre as alternativas que podem ser consideradas quando o olhar docente é expandido, pois ampliá-lo permite ensinar com qualidade.

Cabe ao professor a sucessiva avaliação do processo de ensino-aprendizagem, já que a escola e os saberes são dinâmicos, identificando as expectativas e necessidades para um desenvolvimento íntegro, onde os docentes devem propor e articular oportunidades educativas. O ensino da Matemática nas escolas deve ser abordado de maneira inovadora, visando melhorar o desenvolvimento das habilidades cognitivas e os índices de desempenho em avaliações. Nesse sentido, é importante apresentar novos métodos para a resolução de equações de segundo grau, que vão além da fórmula. Uma compreensão geométrica desse assunto matemático pode fornecer um novo olhar e possibilitar diversas relações e raciocínios antes negligenciados.

Além disso, este trabalho faz um link com dois ramos diferentes da Matemática: geometria e álgebra. Nas instituições escolares, de modo geral, são apresentadas equações apenas como uma parte da álgebra e, muitas vezes, não é do conhecimento do aluno que é possível construir e representar também de uma forma geométrica. Portanto, este trabalho vem para desconstruir que álgebra e geometria não podem se misturar. Com a aplicação que será analisada e inserida neste trabalho em breve, espera-se que os alunos consigam enxergar e compreender que as equações podem ser a junção de ambas as partes da matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Brasília: MEC/SEF, 2018.

BANDEIRA, D. “Material didático: conceito, classificação geral e aspectos da elaboração”. In: CIFFONE, H. (Org.). Curso de Materiais didáticos para smartphone e tablet. Curitiba, IESDE, 2009, p. 13-33. Disponível em: <http://www2.videolivreria.com.br/pdfs/24136.pdf>. Acesso em: 10 de janeiro de 2023.

BRITANNICA, The editors of encyclopedia. AlKhwārizmī. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/alKhwārizmī>. Acesso em: 03 de março de 2023.

COELHO, Fredy; SCHEID, Eliane (2012). Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática, p.1-10, maio, 2022. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/25339/>. Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

D' AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. 22. ed. Campinas: Papirus, 2011.

D' AMBROSIO, Ubiratan; MACHADO, Nilson José. Ensino de matemática. São Paulo: Summus Editorial, 2014.

EUCLIDES. Os elementos. São Paulo: Fundação Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia. 1996. Disponível em: <http://www.conteudoescola.com.br/site/content/view/132/31/1/2/>. Acesso em: 22 de dezembro de 2022.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, SP, v. 3, n. 1, 2009. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Acesso em: 3 fev. 2023.

GARBI, Gilberto G. O Romance das Equações Algébricas. 4. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari Terra. Para que serve a Matemática: Equações do 2º grau. 17 ed. São Paulo: Atual Editora, 2010.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari Terra. Para que serve a Matemática: Álgebra. 17 ed. São Paulo: Atual Editora, 2010.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sergio. O laboratório de ensino da matemática na formação de professores. 3.ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

MACHADO, José Nilson; D' AMBROSIO, Ubiratan. Ensino de Matemática. São Paulo: Summus Editorial, 2014.

MOL, Rogério S. Introdução à História da Matemática. Belo Horizonte: CAED: UFMG, 2013.

ROSA NETO, Ernesto. Didática da Matemática. 11. ed. São Paulo: Editora Ática, 2002.

OURIVES FILHO, Nasser Almeida; SANTOS, Luig Argolo; NIELLA, Givaldo Rocha. Equação do segundo grau: o que não deu certo? Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/10/6/equaccedilatildeo-do-segundo-gra-u-o-que-natildeo-deu-certo>. Acesso em: 03 de junho de 2022.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004

PONTES, Marcos Cesar. Portaria MCTI Nº 5.109, de 16 de Agosto de 2021. Gov.br, 2021. Disponível em: <https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-mcti-n-5.109-de-16-de-agosto-de-2021-338589059>. Acesso em: 24 de julho de 2022.

PUIG, L. Histórias de al-Khwārizmī (1ª entrega). Suma, [badalona], n. 58, p.1-5, jun. 2008a.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2012.

ROSA, Sanny S. da. Construtivismo e Mudança. 10ª. Edição. São Paulo: Editora Cortez, 2007.

SERRAZINA, L. Os materiais e o ensino da Matemática. Educação e Matemática,13, 1. Lisboa: APM, 1990.

VASCONCELOS, Cláudia Cristina. Ensino-Aprendizagem de Matemática: velhos problemas, novos desafios. Disponível em: <http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20102/2015-I/listas/Texto%2023-03%20-%20MAT%20102%20-%202015-I.pdf>. Acesso em: 06 de janeiro de 2023.

VIANA, Marcelo. As Guerras da Equação Cúbica. Apresentação de Powerpoint da XVII Semana da Matemática do Uni-FACEF, 2021.

Zabala, A. A prática educativa: Como ensinar. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda, 1998.

MATEMÁTICA FINANCEIRA COM PLANILHAS ELETRÔNICAS: um relato de experiência

Brínel Florêncio Mota
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
brinelmota@gmail.com

Fernanda Cintra Malta Precaro
Graduada em Licenciatura em Matemática
fcintra@prof.educacao.sp.gov.br

Letícia Neves Lima Ferreira
Graduanda em Matemática – Uni-FACEF
3737leticia@gmail.com

Nícolás Moscardi Garcia
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
nicolaspst@gmail.com

Pablo Silva Pereira
Graduando em Matemática – Uni-FACEF
Pablopereira19951@gmail.com

1 INTRODUÇÃO

É comum ouvir que a matemática é essencial para a vida no dia a dia e que muitos conceitos matemáticos são utilizados no cotidiano, como é o caso das operações aritméticas, aplicação de regra de três, mas, sobretudo, na área financeira, a matemática é extremamente importante por envolver a questão monetária, ou seja, o uso do dinheiro aplicado em aumentos, descontos, aplicação de juros e tomada de decisões e, justamente nessa área, é possível observar uma deficiência na forma como esses assuntos são tratados no ambiente escolar, pois seria adequado que desde os primeiros anos na escola o estudante estabelecesse o contato com a matemática financeira e não apenas no Ensino Médio, de forma superficial como acontece atualmente.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, os educandos são apresentados à uma introdução de porcentagem, acréscimos e descontos, mas os conteúdos não são contextualizados e, de forma abrupta, são interrompidos quando transitam de um assunto para outro sem relação entre si. Já no Ensino Médio, como descrito, a abordagem é muito sucinta e os conteúdos quase não condizem com a realidade dos jovens, principalmente daqueles em condições de baixa-renda. Essas afirmativas são corroboradas por Silva (2016, p. 19) que diz que as maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos são:

identificar e/ou associar as variáveis expressas em situações problemas aos modelos matemáticos (fórmulas); avaliar problemas propostos e/ou tomar decisões financeiras aplicadas às questões; reconhecer informações e/ou estabelecer diferenças entre os termos pertinentes a práticas financeiras, tais como juros simples e composto, empréstimo, poupança, investimentos, dentre outros (SILVA, 2016, p.19).

Com essa ideia em mente, os autores do presente trabalho decidiram elaborar uma aula que aliasse a matemática financeira e o uso de planilhas eletrônicas, para que os discentes da segunda série do Ensino Médio da escola parceira do projeto Residência Pedagógica pudessem desfrutar de uma aula diferenciada, com utilização de recursos tecnológicos disponibilizados na própria escola para trabalharem um pouco mais a matemática financeira. É certo que a tecnologia na educação ainda caminha para o cenário ideal, com disponibilidade de acesso para todos os alunos, utilizando equipamentos modernos, acesso à internet de qualidade e estrutura física adequada para a informatização, mas com aquilo que fora disponibilizado para os regentes bolsistas foi possível desenvolver um bom trabalho.

No capítulo dois, os autores elaboraram um referencial teórico sobre a tecnologia na educação matemática e como a informatização é implantada nas escolas para que os alunos tenham conhecimento de que não basta apenas saber utilizar os smartphones, mas que saibam, também, como utilizar a tecnologia para o mercado de trabalho. Outro referencial teórico abordado foi sobre a matemática financeira trabalhada no Ensino Médio que, na realidade, é muito superficial e não prepara totalmente os jovens para se educarem financeiramente e controlarem seus orçamentos pessoais na vida adulta, além de prepará-los, sem muito aprofundamento, para os termos do mercado financeiro presentes no cotidiano, como é o caso de empréstimos, financiamentos, taxas de juros, nomenclaturas do campo das finanças que, se não explicadas, levam uma pessoa adulta à endividamentos e inadimplências.

O terceiro capítulo tratou de descrever as experiências dos autores enquanto regentes nas aulas, momento em que apontam suas considerações sobre as turmas, a abordagem do conteúdo, a disponibilidade de tempo para ministrarem as aulas e o que consideram de positivo e a melhorar nessa vivência.

No quarto capítulo, os autores decidiram trazer as devolutivas dos alunos acerca das aulas ministradas, como forma de mostrar-lhes que a oportunidade de opinar sobre as aulas também lhes é dada como direito, pois sem eles as aulas não aconteceriam e, sem suas considerações sobre as aulas, não é possível saber quais pontos melhorar em futuras regências.

O último capítulo traz as considerações finais, que resume as ideias e pontos centrais do trabalho na visão dos autores, que se dispuseram a investir suas forças em uma educação de qualidade para os alunos de escolas públicas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Como referência para este trabalho e para a elaboração das regências sobre as quais foram feitos os relatos de experiência, foram necessárias reflexões sobre as novas metodologias e tecnologias que podem ser empregadas dentro da educação matemática, buscando traçar suas origens, princípios e implicações na sociedade. Posteriormente foi feito também um breve estudo sobre a educação financeira e o ensino de matemática financeira no Ensino Médio, entendendo quais são os conteúdos pertinentes e as metodologias e materiais utilizados para explicá-la.

2.1 Tecnologia na Educação Matemática

Os esforços e estudos para a implementação da informática no contexto escolar remontam à década de 80, quando foram desenvolvidas as pesquisas pioneiras para a aplicação destas tecnologias, numa época em que estas eram compreendidas de uma forma muito diferente da qual enxergamos hoje.

Foi comum o debate sobre os benefícios e malefícios da inserção do computador em sala de aula, com os argumentos contrários girando ao redor de que os computadores eximiriam os alunos da necessidade de raciocinar e de que o computador não é um instrumento democratizado. Por outro lado, atualmente, é consensual que a tecnologia permeia todos os aspectos da vida, sendo que, se a escola prepara o aluno para a vida, parece lógico que deve haver uma adequação do que é ensinado e da forma que é ensinado para essa (não tão) nova realidade.

Considerando a realidade atual da região em que este trabalho foi realizado, ou seja, o interior paulista, na qual a maioria das pessoas, incluindo os jovens, possuem acesso aos smartphones conectados à internet, na escola, inclusive dentro da sala de aula, o acesso à informação enquanto no tempo de aprendizado é mais difícil de ser controlado. Contudo, as habilidades em trabalhar com computadores ainda são limitadas por parte dos jovens, pois eles pouco dominam softwares mais complexos, como é o caso do Microsoft Excel, além de não compreenderem tão bem como funciona a parte de hardware, justamente pelo fato de permanecerem apenas e em quantidade, muitas vezes excessiva, na conexão com os smartphones. Nesse caso, caberia aos governos injetar verbas nas escolas, para informatizarem de forma mais acertada e efetiva o processo de ensino-aprendizagem, para que essa deficiência possa ser suprida e os jovens, principalmente no Ensino Médio, possam sair do ambiente escolar melhor preparados para o mercado de trabalho, para o ambiente universitário e para a vida prática.

Borba e Penteadó (2005, p. 47) esclarecem como o desenvolvimento da humanidade caminha ao lado da evolução das mídias, passando pela oralidade,

escrita, por fim, a informática, sendo que todas elas agem como extensão da memória humana. Sendo assim, historicamente, a passagem da oralidade para a escrita configura um processo de ruptura semelhante ao da escrita para a informática. Portanto, é lógico que se busque progredir para estes novos meios.

Tendo isso em mente, a discussão sobre o uso da informática em sala transcende o debate sobre ser algo benéfico ou não, passando a girar mais ao redor do “como aplicar essas novas mídias?”. Os esforços pela modernização da escola são de fácil percepção e vem de um movimento que não é tão atual. Como relatam Borba e Penteadó (2005, p. 22):

Como vemos, existe um movimento dos órgãos governamentais no sentido de impulsionar a chegada dos computadores nas escolas. Sem dúvida é possível notar os resultados dessas ações quando visitamos algumas escolas públicas do Estado de São Paulo, as quais frequentamos regularmente.

Dado que este recorte data de 2005, percebe-se que já há algum tempo existe o empenho para a democratização, pelo menos no ambiente escolar, das tecnologias de informação. Se há duas décadas a noção dos autores era limitada ao ambiente da escola pública paulista, hoje já é certo que não se trata de uma realidade pontual, como mostram dados recentes do Censo Escolar: na rede estadual (maior ofertante do Ensino Médio, escopo deste trabalho) 80,4% das escolas possuem acesso à internet de banda larga e a razão de computadores para alunos é de 79,3% (INEP, 2020).

Nesse sentido, algo a se refletir é como está se dando tal empenho, analisando além do aspecto quantitativo e levando em consideração os limites para a implementação tecnológica dentro da estrutura escolar da forma que ela é hoje. Há a manutenção dos computadores? Existem softwares instalados para que possamos trabalhar? O espaço físico da sala de informática comporta uma classe inteira? Existe suporte para o professor e os alunos? Esses são alguns pontos que buscam nortear a avaliação do aspecto qualitativo da implantação desta nova mídia nas escolas.

2.2 Matemática Financeira no Ensino Médio

Segundo Carrara (2018), a matemática financeira pode ser definida de forma simplificada como a utilização da matemática para tomada de decisões que envolvem operações financeiras. Para ser capaz de compreender a matemática financeira são necessários alguns conceitos básicos que trataremos a seguir:

Porcentagem: o domínio sobre a porcentagem é extremamente importante para se efetuar os cálculos financeiros pois as taxas de juros sempre aparecem nesse formato. Em suma, a porcentagem é uma razão que expressa determinado valor sobre um total de cem.

Juros: considerando-se que o dinheiro perde seu poder de compra com o passar do tempo, isto é, diminui, os juros podem ser definidos de acordo com Puccini (1995) pela remuneração do capital empregado em processos produtivos, custo do capital de terceiros tomado emprestado ou, ainda, remuneração paga por instituições financeiras pelo capital nelas investido. Sempre são dados em porcentagem e trazem a indicação do período de capitalização, mas para realizar os cálculos devem ser colocados na forma decimal ou fracionária.

Juros Simples: são juros onde os acréscimos ocorrentes em cada período são calculados sempre sobre o valor inicial, desta forma tem um comportamento linear ao longo do tempo. A expressão para cálculo de juros simples é: $J = P * i * n$, onde: J = juros; P = valor presente ou valor principal; i = taxa de juros e n = período em que se deseja saber os juros

Juros Compostos: é a modalidade de juros mais utilizada no mercado financeiro e os incrementos são sempre calculados sobre o valor do capital no início de cada período, de forma que os juros dos períodos anteriores são todos considerados no cálculo de determinado período, tendo, então, um comportamento exponencial ao longo do tempo. O cálculo dos juros compostos é feito efetuando se primeiro o cálculo do montante de capital e em seguida subtraindo-se o valor presente: $M = P * (1+i)^n$ e $J = M - P$, onde: M = montante; J = juros compostos; P = valor presente ou valor principal; i = taxa de juros e n = período em que se deseja saber os juros.

Atualmente quase todos realizamos operações financeiras que envolvem juros, assim acredita-se ser essencial ter conhecimento sobre o assunto para entender o mecanismo e ser capaz de realizar cálculos, ainda que aproximados, com a finalidade de decidir entre opções de investimentos, taxas, ou mesmo produtos disponíveis. Para tanto, é necessário que estes conceitos sejam apresentados ao jovem o mais cedo possível, possibilitando a familiarização com o assunto.

3 RELATOS DE EXPERIÊNCIA DOS AUTORES

3.1 Relato do Autor Brínel Florêncio Mota

No dia cinco de março de 2023, um dos autores ministrou sua aula como regente; ao chegar no local, foi notificado que a professora da sala não havia comparecido no dia, portanto teria o acompanhamento da professora substituta.

Iniciou a aula apresentando aos alunos o ambiente do software Excel, explicando os componentes da planilha (colunas, linhas, células) e mostrando como se realiza as operações básicas com pequenos exemplos de aplicação do software no dia a dia.

Em seguida foi lembrado um dos exercícios do material currículo em ação que já havia sido trabalhado em sala de aula com a professora, tal exercício pedia a comparação de dois investimentos envolvendo juros simples e compostos, bem como a elaboração de um gráfico onde se poderia visualizar melhor as diferenças entre os investimentos.

Foi proposto a resolução com utilização da planilha eletrônica, e iniciou-se elaborando duas “calculadoras” uma para juros simples e outra para os juros compostos, onde havia campos para entrar os valores do exercício e outros que retornavam as respostas dos cálculos financeiros.

Utilizando planilha calculou-se os rendimentos dos investimentos para o período de um ano, gerando o gráfico comparativo como pedia o exercício, analisando os motivos de tal investimento ser ou não mais vantajoso em dado período. Para demonstrar a flexibilidade que se tem ao trabalhar com planilhas eletrônicas, foi feita uma ampliação do exercício, calculando os rendimentos para longo prazo (dois e cinco anos) evidenciando as diferenças entre os tipos de juros e demonstrando o comportamento exponencial dos juros compostos.

Ao final da aula foi dada aos alunos a oportunidade de criarem suposições de investimentos mais próximos da realidade deles e os dados citados foram colocados na planilha mostrando os juros que seriam gerados em tais situações, dando a eles uma visão mais próxima da realidade dos rendimentos de um investimento, gerando comentários pertinentes por parte da sala.

3.2 Relato da Autora Letícia Neves

Utilizando a plataforma Excel, a autora e questão começou a aula dando uma lembrada de como a plataforma funciona e para o que serve. Logo em seguida, considerando um conteúdo de matemática financeira já trabalhado em aulas anteriores, trabalhar os juros simples e compostos foi mais tranquilo utilizando o Excel, pois a residente não precisou explicar novamente todos os conceitos como se fosse um tema desconhecido pelos alunos para construir do zero.

Figura 1 – Dados da planilha montada em sala de aula.

Juros simples		Juros compostos	
Capital	R\$ 14.000,00	Capital	R\$ 14.000,00
Tempo	7	Tempo	7
Taxa	0,0091	Taxa	0,0091
Juros	R\$ 891,80	Juros	R\$ 916,52
Montante	R\$ 14.891,80	Montante	R\$ 14.916,52

Fonte: Acervo dos autores, 2023.

A tabela acima, montada com os alunos em sala de aula, mostra a diferença das aplicações em juros simples e juros compostos retirada do exercício 2.5 no caderno do aluno do Currículo em Ação.

3.3 Relato do Autor Nicolás Garcia

Surgem várias problemáticas ao lidar com uma sala de aula aplicando tecnologias como metodologia. Algumas dificuldades percebidas durante a regência que se pode elencar são: ausência de computadores disponíveis para todos os alunos; inexistência de softwares instalados para a aplicação das atividades; discrepância entre a habilidade de cada aluno para lidar com tecnologias; entre outros.

Tendo isso em mente, foi planejada uma aula que buscasse contornar tais problemas e que permitisse despertar nos alunos o interesse pelo conteúdo e pelas tecnologias.

Uma vez que cada residente aplicaria a aula em uma turma diferente, o planejamento foi feito em conjunto, de forma que a experiência de cada sala fosse semelhante, havendo apenas leves adaptações a serem feitas por cada residente de acordo com o seu estilo de aula.

Logo de início, houve a questão de que não haveria computadores suficientes disponíveis para a turma nos dias das regências, o que mudou o rumo do planejamento para uma aula expositiva. Ficou pactuado entre os residentes que, em um segundo momento, a aula teria continuidade, agora com os equipamentos disponibilizados para os alunos.

Foram utilizados os problemas do material “Currículo em Ação”, fornecido pelo Governo Estadual, relativos a juros simples e compostos, para a aplicação da aula.

No dia da regência, foi explicado previamente para os alunos que se trataria de uma aula expositiva, para que em uma futura aula, fosse possível eles construírem sozinhos. Sendo assim, a aula tomou rumos mais tradicionais,

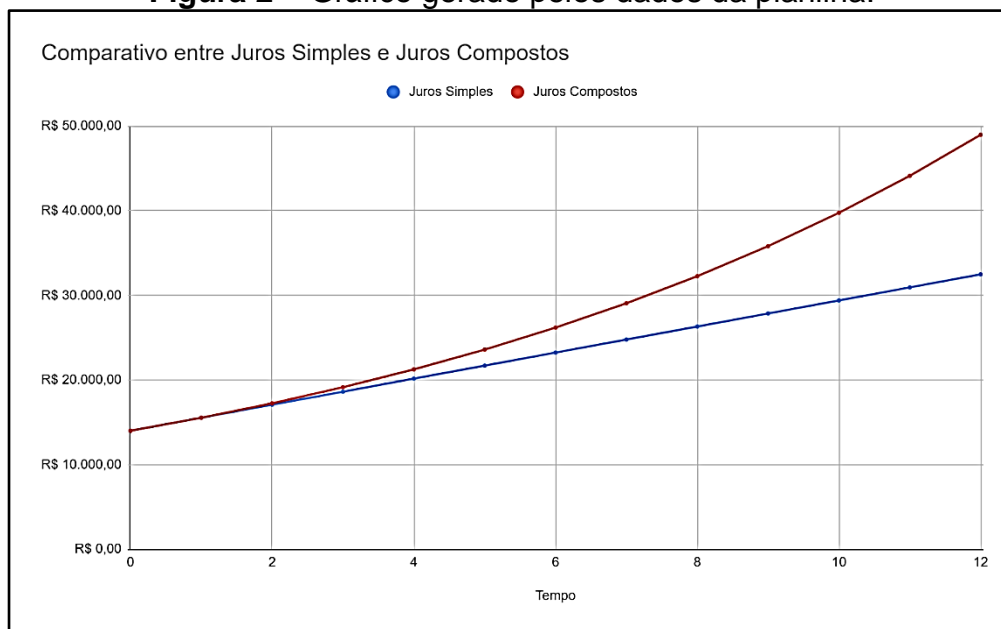
havendo uma maior verticalidade na relação professor-aluno. Apesar de tal fato, houve grandes contribuições e bom engajamento por parte dos alunos.

Em um primeiro momento, foi feita uma conversa com a turma, questionando se algum deles já conheciam o Excel ou softwares semelhantes, sendo que poucos demonstraram conhecimento prévio. Foi, então, explicado o conceito das planilhas eletrônicas e suas capacidades de cálculo e, em seguida, demonstrou-se que é possível utilizá-las como uma ferramenta para resolução e complementação dos problemas que os alunos estavam habituados a resolver.

Com o software Google Planilhas já aberto, foi mostrado como realizar operações básicas, as quais são as bases para a construção das fórmulas de juros. Dado que havia poucos alunos com conhecimento prévio, houve vários questionamentos sobre o funcionamento. Durante a regência, os estudantes faziam anotações a todo momento sobre o que era demonstrado.

Com o que foi apresentado aos alunos, foram então construídas, com seu auxílio e sugestões, as fórmulas para montante e juros nas modalidades simples e compostos. Em seguida, como a finalidade do exercício proposto era a comparação dos tipos de investimento através de um gráfico, foi mostrada a função de criação destes de forma automática pelos programas.

Figura 2 – Gráfico gerado pelos dados da planilha.



Fonte: Acervo dos autores, 2023.

Com a geração do gráfico, foi possível demonstrar, com grande clareza, a diferença dos comportamentos de aplicações nas diferentes modalidades de juros, visto que, até então, havia sido feitos apenas desenhos manuais e com poucos pontos durante a resolução dos problemas propostos.

Pôde-se notar ao fim da aula, uma grande adesão e curiosidade por parte dos alunos. Como havia alguns minutos até o final da aula, os alunos fizeram propostas para simulações de investimentos com a planilha construída, utilizando montantes que se encaixavam em sua realidade financeira, e taxas próximas às que são praticadas em nosso contexto econômico, o que proporcionou uma breve discussão sobre investimentos e economia entre os estudantes.

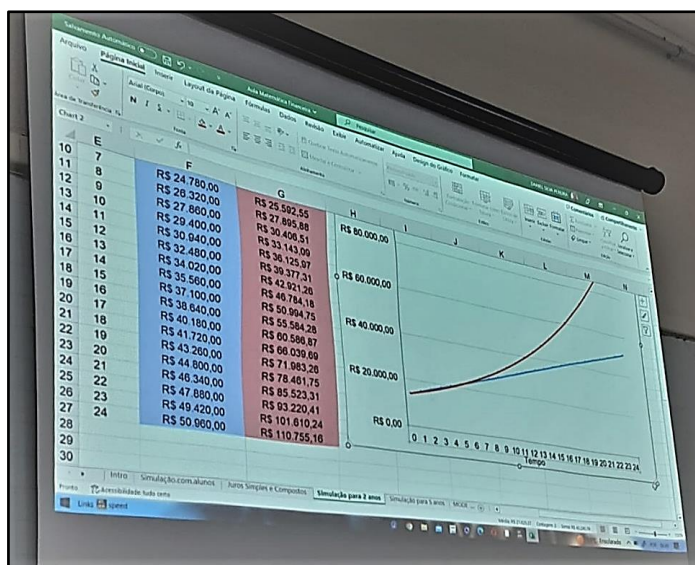
3.4 Relato do Autor Pablo Silva Pereira

Estar diante de uma sala de aula como regente, para ministrar uma aula sobre qualquer tema, a princípio, pareceu um pouco desconfortável pelo fato de ser uma experiência nova, com adolescentes do segundo ano do Ensino Médio, que estavam atentos a qualquer palavra que era dita, já que, na visão deles, o professor também estava ali com seu repertório de experiência profissional e de vida, diferentes da professora efetiva da turma. No entanto, os primeiros minutos da aula soaram mais tranquilos, pois a turma cooperava para com os questionamentos do professor regente e se mostravam atentos ao que era exposto enquanto faziam suas anotações.

Por se tratar de um conteúdo de matemática financeira já trabalhado pela sala em aulas anteriores, trabalhar os juros simples e compostos, utilizando o Microsoft Excel, foi, de certa forma, mais suave, pois o professor não precisou explicar todos os conceitos como se estivesse em uma aula inicial abordando o desconhecido pelos alunos para construir, do zero, o conhecimento necessário para prover o entendimento do que viria a ser uma aplicação utilizando juros simples ou compostos.

A figura abaixo ilustra as aplicações em juros simples (cor azul) e as aplicações em juros compostos (cor vermelha) retiradas do exercício 2.5 do caderno do aluno do Currículo em Ação, disponível no site da EFAPE - Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação.

Figura 3 – Utilização do Microsoft Excel para o exercício.



Fonte: Acervo dos autores, 2023.

Essa base que os alunos já tinham construída, possibilitou o avanço da aula para o que seria, de fato, o objetivo da aula, isto é, demonstrar a análise do gráfico contendo os dados dos juros simples e os dados dos juros composto para compreender o motivo de os juros simples se comportar como uma linha reta e o motivo de os juros compostos se comportar como uma linha curva de uma função exponencial (o que intitula-se de juros sobre juros).

Sobre o uso do Microsoft Excel com os alunos, foi preciso agendar uma aula com o profissional do PROATEC - Projeto de Apoio a Tecnologia e Inovação, para que cada aluno conseguisse utilizar um notebook e realizar o exercício. Essa experiência consta no relato unificado dos autores, pois foi preciso aplicar em um único dia agendado pela própria administração da escola.

3.5 Relato sobre a Aula de Encerramento

Num segundo momento, foi realizada, de forma conjunta, uma atividade por todos os residentes do grupo. A proposta era que, após as explicações expositivas, os alunos pudessem ter acesso aos computadores para poder trabalhar com as planilhas eletrônicas por conta própria, explorando as funcionalidades deste tipo de software.

A atividade precisou ser aplicada em apenas uma turma devido às limitações de tempo de aula cedido para as atividades do Residência Pedagógica e, também, devido à disponibilidade de computadores e horário dos residentes. Levando em conta tais critérios, foi definida uma sala para aplicação e agendado o uso de 35 (trinta e cinco) notebooks com o professor responsável pelo PROATEC - Projeto de Apoio à Tecnologia e Inovação, ficou pactuado que todos os residentes estariam nesta aula para dar o apoio necessário.

Organizou-se para que quando os alunos chegassem à sala dos computadores, eles já estivessem montados, mas mesmo com tal precaução, grande parte do tempo disponível foi consumido para que os alunos conseguissem conectar os equipamentos à internet, pois como os computadores não possuíam nenhum software de planilhas instalado, foi necessário utilizar o Google Planilhas, o qual necessita de conexão. Por fim, não foi possível conectar todos os aparelhos ao mesmo tempo, o que levou os residentes a optarem por trabalhar com grupos a serem formados ao redor dos computadores onde a conexão estava funcionando. Essa estratégia foi funcional, pois rapidamente os alunos se juntaram e foi possível dar continuidade à atividade.

De início, foi lembrado o exercício sobre o qual a planilha seria construída, disponível no material “Currículo em Ação”. Com os dados do problema anotados e as fórmulas necessárias retomadas, foi então construída uma planilha básica para que os alunos pudessem estruturar suas atividades. Conforme a construção progredia, os residentes monitoravam para auxiliar os estudantes que precisassem de ajuda. Em seguida, solicitou-se que os dados (capital, tempo e taxa) fossem lançados nos seus devidos espaços na planilha e, por fim, foi pedido que os alunos construíssem as fórmulas para os juros e o montante, buscando lembrar o que fora explicado na primeira regência.

Notou-se que os alunos tiveram bastante facilidade com a realização da atividade, sendo necessárias poucas intervenções dos residentes. As maiores dificuldades foram em relação aos atalhos, aos menus do software e à formatação. Já em relação ao uso da planilha em si, os alunos demonstraram recordar o que havia sido explicado na outra aula. Alguns alunos chegaram a conseguir construir a fórmula para os juros compostos antes do final da aula.

4 DEVOLUTIVA DOS ALUNOS SOBRE AS AULAS

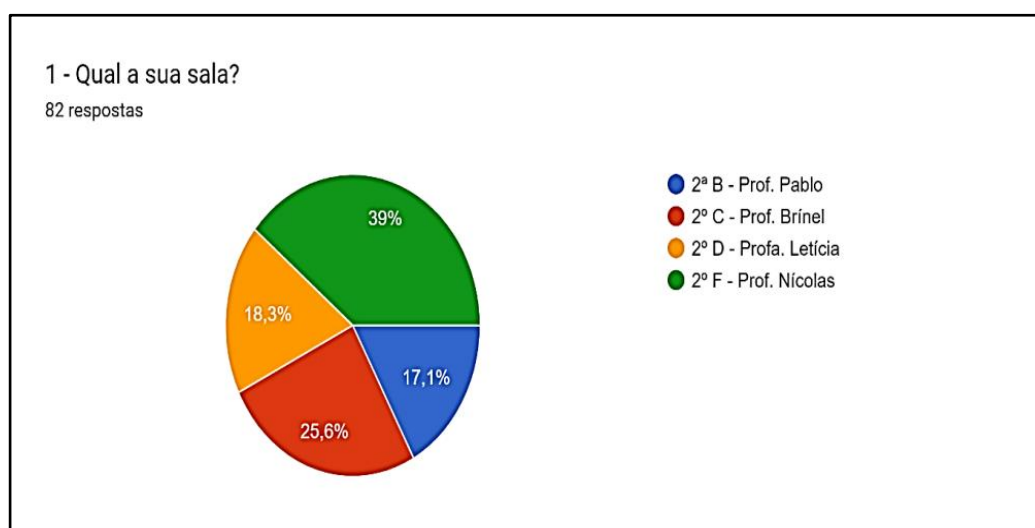
É importante que os educadores tenham em mente que, no dia a dia em sala de aula, os alunos também precisam manifestar seus pontos de vista acerca das aulas e dos conteúdos que estão trabalhando, pois isso dá a eles autonomia para criarem seu repertório de opiniões próprias sustentadas por argumentos plausíveis e bem elaborados. Essa ideia é, também, sustentada por Paulo Freire (1996, p. 25) em sua obra *Pedagogia da Autonomia* que diz que:

O professor que desrespeita a curiosidade do educando, o seu gosto estético, a sua inquietude, a sua linguagem, mais precisamente, a sua sintaxe e a sua prosódia; o professor que ironiza o aluno, que o minimiza, que manda que “ele se ponha em seu lugar” ao mais tênue sinal de sua rebeldia legítima, tanto quanto o professor que se exime do cumprimento de seu dever de propor limites à liberdade do aluno, que se furta ao dever de ensinar, de estar respeitosamente presente à experiência formadora do educando, transgride os princípios fundamentalmente éticos de nossa existência. (FREIRE, 1996, p. 25).

Nesse sentido, os autores desenvolveram um formulário de pesquisa utilizando o Google Forms, formulário esse encaminhado aos alunos das turmas que tiveram aula com os regentes, para colher a devolutiva de cada um sobre como poderiam avaliar a aula considerando os aspectos de demonstração de domínio de conteúdo, elaboração de recursos utilizados na aula e esclarecimento dos assuntos sobre juros simples e juros compostos.

A primeira pergunta versou sobre qual turma o participante está matriculado na escola e, para facilitar, foi inserido ao lado de cada turma o nome do regente responsável pela aplicação da aula. As turmas foram: 2ª série “B”, 2ª série “C”, 2ª série “D” e 2ª série “F”

.Figura 4 – Gráfico da questão 1 sobre a série.

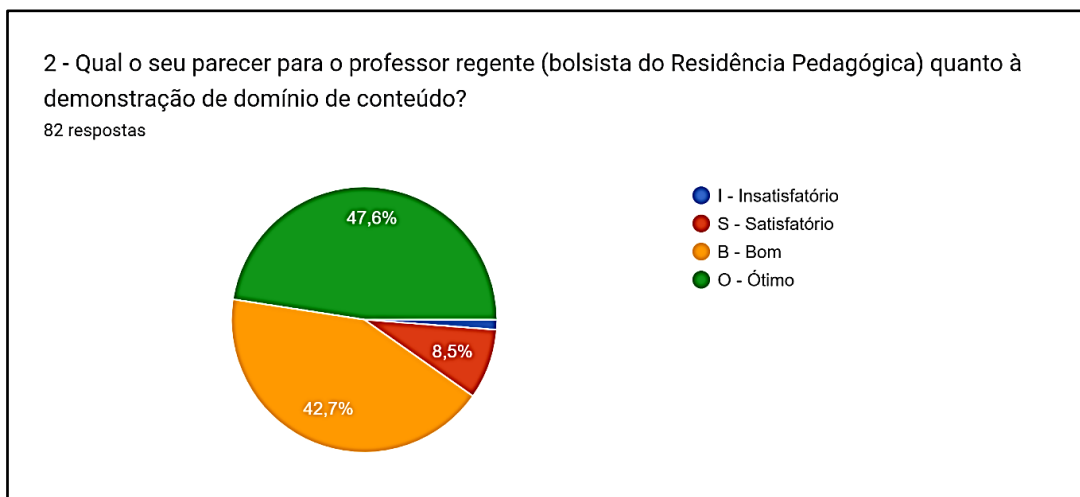


Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

Para as demais perguntas de múltipla escolha, o critério de avaliação utilizado foi do tipo qualitativo, no qual os alunos poderiam avaliar cada pergunta com parecer Insatisfatório – I, Satisfatório – S, Bom – B e Ótimo – O.

Os resultados obtidos podem ser conferidos nos gráficos das imagens a seguir, com comentários acerca das porcentagens respondidas pelos alunos, que se comprometeram em avaliar, de forma justa, os regentes bolsistas do Residência Pedagógica. As figuras 5, 6 e 7 mostram os gráficos dos pareceres considerados pelos alunos, já as figuras 8 e 9 trazem os comentários dos alunos com sugestões e críticas positivas e/ou negativas acerca do que foi trabalhado.

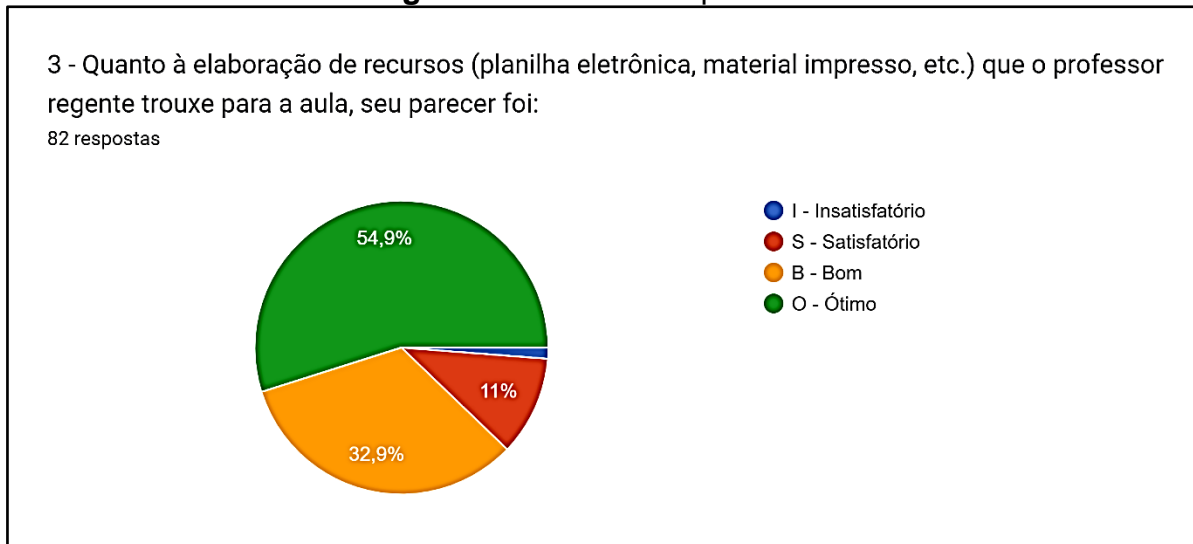
Figura 5 – Gráfico da questão 2.



Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

Na questão de número dois, sobre o parecer do aluno quanto à demonstração de domínio do conteúdo mostrado pelo regente, apenas um educando avaliou um dos regentes com parecer insatisfatório, enquanto 90,3% dos educandos avaliaram com parecer ótimo e bom.

Figura 6 – Gráfico da questão 3.



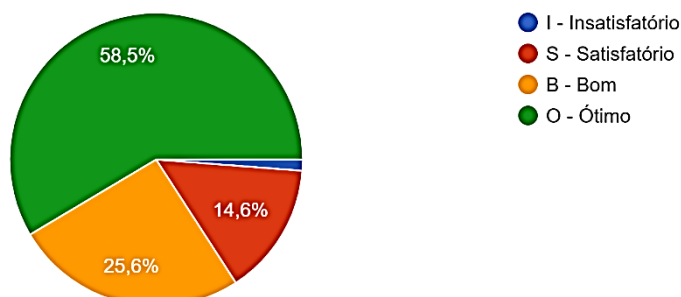
Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

Os resultados da questão de número três, sobre o parecer do aluno quanto à elaboração de recursos trazidos pelos professores também foram muito positivos, com 87,8% das respostas consideradas como parecer ótimo e bom. Apenas uma resposta teve parecer insatisfatório.

Figura 7 – Gráfico da questão 4.

4 - Qual o seu parecer sobre a maneira como o professor regente esclareceu o assunto sobre juros simples e juros compostos:

82 respostas



Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

A questão de número cinco, importantíssima para agregar na preparação das futuras aulas dos regentes, foi proposta como uma questão não obrigatória, para deixar os alunos livres caso não quisessem responder. Assim, o número de respostas não corresponde ao total de participantes como nas demais questões obrigatórias. As figuras que seguem mostram alguns dos comentários dos alunos para o seguinte pedido: “Caso queira fazer alguma sugestão, ou escrever alguma crítica positiva, ou deixar algum comentário sobre a aula, utilize o espaço abaixo.”

Figura 8 – Comentários dos alunos para a questão 5.

as aulas foram bem interessantes e comunicativas
Gostei
Eu acho que teria sido muito legal ele tenha trazido alguém para fazer no computador ou fazer algumas perguntas no final.
Aula muito boa.
Acho que poderíamos ter mais aulas com a planilha eletrônica, achei muito interessante mas não tenho costume de usar e acho que o melhor lugar para me adaptar seria a escola
Bom trabalho!
Explicam e ensinam muito bem, sempre dispostos a ajudar! 😊👍
foram ótimos

Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

Figura 9 – Comentário dos alunos para a questão 5.

Gostei bastante da aula, pois muitos não sabem nem para que o Excel serve, souberam explicar muito bem como que se mexe e como fazer as fórmulas

Gostaria de ter mais aulas envolvendo formação de gráficos, e coisas do tipo, no Excel, apenas isso

Aula foi produtiva, chamou atenção dos alunos e o desenvolvimento da atividade eu achei ótimo.

Amo a aula e entendo super bem a matéria, nunca pensei q gostaria das aulas de matemática então estou sendo bastante surpreendida por isso

Fonte: Formulário elaborado pelos autores, 2023.

Nas figuras 8 e 9 é possível observar que os alunos ainda não estão acostumados a se manifestarem acerca de determinadas petições, quando apresentam respostas muito curtas e sem desenvolvimento, o que deixa claro para os futuros regentes que, numa disciplina como a Matemática, é imprescindível acrescentar a prática da escrita para que os alunos consigam desenvolver a capacidade de argumentação.

Outro ponto notado foi a grande ausência de textos formais, com a ortografia dentro dos padrões da língua portuguesa, visto que quase todos os textos apresentaram algum erro de ortografia, pontuação e uso de linguagem informal das redes sociais. Fato é que os comentários foram positivos e mostraram que os alunos ficaram satisfeitos com as aulas ministradas, mas poderiam ter se expressado com mais desenvolvimento para trabalharem mais a escrita.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Frente aos depoimentos recolhidos nas devolutivas que os estudantes forneceram, fica evidente que a utilização dos recursos tecnológicos, bem como a educação financeira, é de suma importância na vida do cidadão da atualidade, portanto o acesso a este tipo de conhecimento deveria estar sendo fornecido pelo sistema de ensino de forma mais intensiva. Muitas vezes os recursos tecnológicos existem nas escolas, porém incompletos e muitas vezes nem mesmo os docentes possuem domínio para utilizar e ensinar os alunos. Acredita-se que treinamentos para os professores nesta área podem contribuir para reverter este cenário.

Evidencia-se claramente também o que foi lido nos estudos iniciais para esse trabalho: existe um movimento generalizado de implantação de tecnologias em sala de aula, por outro lado, aspectos que influenciam no bom uso de tais recursos como suporte, manutenção, organização do espaço físico, entre outros, acabam sendo negligenciados. Tal percepção foi de grande valia para os residentes, proporcionando a reflexão sobre como lidar com meios de educar que estão em constante evolução levando em conta o que é disponibilizado.

A vivência proporcionada no desenvolvimento deste trabalho, como um recorte do que se é vivido dentro do Programa Residência Pedagógica, de forma geral, possibilitou também a reflexão da importância da reivindicação de melhores investimentos na educação pública. Investimentos estes que sejam bem pensados para que tenham uma real aplicação no contexto escolar, atendendo assim as verdadeiras demandas de uma educação atual e de qualidade.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e educação matemática. Autêntica Editora, 2019.

_____. Marcelo de Carvalho; DA SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues; GADANIDIS, George. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. Autêntica Editora, 2020.

CARRARA, Cinthia Cristhina Crotti. Uma abordagem teórico-prática da matemática financeira no ensino médio. 2018. Dissertação (Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152886/carrara_ccc_me_ba_uru.pdf?sequence=3&isAllowed=y>. Acesso em: 07 mai. 2023.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. Disponível em: <<https://docs.google.com/file/d/0B7DPxF-FeJxSRVhrNkYyM1NOaEU/edit?resourcekey=0-QCSzNYJMuW9ESCDr7W-GxQ>>. Acesso em: 07 mai. 2023.

INEP. Pesquisa revela dados sobre tecnologias nas escolas. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-escolar/pesquisa-revela-dados-sobre-tecnologias-nas-escolas>>. Acesso em: 03 mai. 2023.

PUCCINI, Abelardo de Lima. Matemática financeira: objetiva e aplicada. 9. ed. São Paulo: Elsevier, 2011. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/140599754-Matematica-financeira-objetiva-e-aplicada.html>>. Acesso em: 03 mai. 2023.

SILVA, Margareth Brandão Mendes. Abordagem da matemática financeira no ensino médio sob a perspectiva da educação financeira. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campo dos Goytacazes, 2016. Disponível em: <<https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/30092016Margareth-Brandao-Mendes-Silva.pdf>>. Acesso em: 03 mai. 2023.

OS DIFERENTES NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA MATEMÁTICA EVIDENCIADOS NO CONTEXTO PÓS-PANDÊMICO: um relato de experiência no ensino médio

Adrielli Silva Polidório
Graduanda em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
Adriellis961@gmail.com

Ana Laura Rodrigues Silva
Graduanda em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
anarodriguesmat@gmail.com

Isabella Esteves Carvalho Lopes
Graduanda em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
Isabellaesteves3@gmail.com

Ananda Kainne Oliveira Domenegueti
Mestre em Licenciatura Matemática – Uni-FACEF
Ananda163@hotmail.com

Silvia Regina Viel
Doutora em Educação Matemática – Uni-FACEF
silviarviel@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A pandemia de COVID-19 trouxe uma série de desafios para a educação em todo o mundo. A suspensão das aulas presenciais e a transição para o ensino remoto tiveram um impacto significativo na aprendizagem dos estudantes, especialmente na área de Matemática. A falta de interação face a face com professores e colegas, a falta de recursos adequados para o ensino a distância e a ausência de um ambiente de aprendizado previamente conhecido, contribuiu para acentuar as lacunas na aprendizagem de Matemática dos alunos. Este artigo tem como objetivo apresentar quais são os níveis de aprendizagem na educação matemática, acentuados no contexto pandêmico, abordando as causas subjacentes, os desafios enfrentados pelos professores e alunos e as estratégias potenciais para ajudar os docentes a enfrentar os diferentes níveis dentro de uma mesma sala de aula.

Diante das lacunas na aprendizagem de Matemática no contexto pós-pandêmico, os professores têm um papel crucial na recuperação dos níveis de conhecimento dos alunos. Para isso, é necessário que os educadores desenvolvam estratégias que possam ser aplicadas em sala de aula para melhorar o aprendizado

dos estudantes. Essas estratégias devem levar em consideração as necessidades específicas de cada aluno e o uso de recursos educacionais para enriquecer a experiência de aprendizado. É importante que os professores reconheçam as lacunas na aprendizagem dos alunos e apliquem metodologias efetivas que possam ajudá-los a superar as dificuldades enfrentadas. Além disso, é fundamental que os professores trabalhem em conjunto com os pais e responsáveis pelos alunos para criar um ambiente de aprendizado adequado e estabelecer expectativas realistas de progresso e recuperação da aprendizagem de Matemática pós-pandemia. Este artigo tem como objetivo explorar estratégias para ajudar os professores a trabalharem os níveis de aprendizagem dos alunos em sala de aula pós-pandemia de COVID-19; relatar a experiência que nós, licenciandas em Matemática do Centro Universitário Municipal de Franca - Uni-FACEF, e bolsistas do Programa de Residência Pedagógica/CAPES, tivemos na sala de aula e o quão diferentes são os níveis de conhecimento no contexto educacional atual. Assim, o relato de experiência baseia-se em aulas assistidas dentro do Programa.

2. DESAFIOS DA EDUCAÇÃO EM TEMPOS DE PANDEMIA: O ENSINO REMOTO E A DEFASAGEM NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

No início de 2020, nos deparamos com uma situação inesperada: uma nova doença infecciosa causada por um vírus ainda pouco conhecido ameaçava o mundo com a possibilidade de uma pandemia. À medida que os primeiros meses passavam, as informações sobre o vírus tomaram conta das principais fontes de notícias e nos conscientizamos de que estávamos diante de algo novo e devastador. Foi em março, nesse contexto incerto, que escolas, universidades e outros estabelecimentos tiveram que suspender suas atividades presenciais diante da descoberta de que o vírus se disseminava pelo contato físico. Para conter o avanço da doença, medidas de segurança como o distanciamento social foram sugeridas. Com o surgimento do novo coronavírus, ou COVID-19, ficou evidente a necessidade de readequar hábitos e modos de vida em todo o mundo.

Com a necessidade de manter o distanciamento social, as escolas foram forçadas a adotar o ensino remoto como forma de continuar a fornecer educação aos discentes. No entanto, essa mudança trouxe consigo desafios significativos, especialmente no ensino da Matemática.

Educadores de Matemática, em todo o mundo, tiveram a oportunidade de experimentar em primeira mão os desafios do ensino remoto durante a pandemia. A principal dificuldade encontrada foi a falta de interação e feedback imediato dos alunos. Durante as aulas presenciais, era possível perceber rapidamente quando um aluno estava com dificuldades e agir imediatamente para ajudá-lo. No entanto, com o ensino remoto, muitas vezes, era preciso esperar até a entrega de tarefas para avaliar o desempenho do aluno e fornecer feedback.

Outro grande desafio foi a falta de acesso a recursos educacionais adequados, especialmente para alunos em comunidades carentes. Muitos estudantes não tinham acesso à internet de qualidade ou a dispositivos eletrônicos, o que dificultava o acesso ao conteúdo on-line. Além disso, a falta de interação social e o ambiente doméstico podem ter afetado a motivação e o engajamento dos alunos.

A defasagem na aprendizagem de Matemática também foi um problema significativo durante a pandemia. Com a interrupção das aulas presenciais, muitos estudantes tiveram que lidar com a falta de contato com o conteúdo matemático.

Devido à pandemia, medidas foram tomadas para minimizar os prejuízos na aprendizagem dos alunos, utilizando recursos como redes sociais, grupos de WhatsApp, aulas gravadas e o ensino remoto. De acordo com o dicionário, o termo "remoto" refere-se a uma realização que ocorre por meio de conexão entre computadores e dispositivos semelhantes, mesmo que eles estejam distantes um do outro: conexão remota.

No ensino remoto, alunos e professores realizam atividades educacionais em locais diferentes e com horários flexíveis, dando prioridade à presença dos docentes em aulas online ao vivo, o que proporciona uma grande oportunidade para adquirir novas habilidades pedagógicas e levar em consideração as atividades realizadas à distância. Para Oliveira, pensando no contexto de ensino remoto:

“A educação está passando por inúmeras modificações e evoluções, mas com o mesmo objetivo que consiste em continuar dando aos alunos um sistema capaz de promover um ensino pelo menos similar à qualidade do ensino presencial para todos. É preciso salientar que a Educação remota não substitui a educação comum a qual fomos acostumados, mas é, antes de tudo, um novo ingrediente oferecido em todos os níveis e em todas as modalidades educacionais rumo a uma educação de excelência em qualidade”.

Considerando o contexto de pandemia, foi desenvolvida uma nova mudança curricular temporária denominada Ensino Remoto Emergencial (ERE), que se baseia em princípios semelhantes ao método tradicional de ensino, incluindo atividades virtuais, calendário de aulas semelhante ao das aulas presenciais e aulas ao vivo em diferentes plataformas, sempre com os mesmos objetivos do ensino presencial.

Antes mesmo da pandemia, as escolas já haviam começado a substituir os modelos tradicionais de educação. Isso porque, para estudar fora do ambiente escolar, os alunos precisam de mais motivação e interesse nos conteúdos e nas aulas. A educação à distância/remota permite que o aluno desenvolva habilidades importantes para sua formação, como autonomia, participação na

aquisição de conhecimentos e outras habilidades necessárias para uma boa aprendizagem.

No entanto, apesar das medidas tomadas para minimizar os prejuízos na aprendizagem dos alunos, a pandemia evidenciou ainda mais a defasagem na educação, principalmente no ensino de Matemática. De acordo com informações disponíveis no portal do Ministério da Educação (MEC), o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) uma iniciativa que avalia o desempenho dos estudantes em diferentes áreas, incluindo Matemática (MEC, 2022), destacou que o Brasil ficou em 57º lugar entre 77 países em relação ao desempenho em Matemática, com apenas 384 pontos, bem abaixo da média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que é de 489 pontos.

Além disso, a pandemia foi um fator que agravou ainda mais a situação, uma vez que o ensino de Matemática requer uma série de atividades presenciais, como a realização de cálculos em conjunto e a interação com objetos físicos, como réguas e compassos, o que pode ser difícil de reproduzir no ambiente virtual.

Diante desse cenário, é importante que as escolas e universidades se adaptem e busquem alternativas para aprimorar o ensino de Matemática, seja por meio do ensino híbrido ou da utilização de recursos tecnológicos. Além disso, é fundamental que haja uma formação qualificada dos professores de Matemática e uma maior valorização da disciplina por parte dos alunos e da sociedade como um todo. Afinal, a Matemática é uma ciência fundamental para a compreensão do mundo e para o desenvolvimento de diversas áreas, como a tecnologia, a ciência e a economia.

Assim, o Programa de Residência Pedagógica pode se apresentar como uma opção atrativa para a capacitação dos educadores de Matemática. Esse programa, desenvolvido pelo Ministério da Educação em parceria com as universidades, tem como objetivo principal aperfeiçoar a formação dos futuros professores por meio da aproximação entre teoria e prática.

Os residentes, estudantes de licenciatura, têm a oportunidade de vivenciar o cotidiano escolar e desenvolver atividades em conjunto com os professores da rede básica de ensino, o que proporciona uma formação diferenciada e aprimora as habilidades pedagógicas. Além disso, o programa busca fortalecer a integração entre a universidade e a escola, promovendo o diálogo e a troca de experiências entre os docentes.

No caso específico da disciplina de Matemática, é fundamental que os residentes desenvolvam habilidades que permitam a elaboração de atividades lúdicas e desafiadoras, que estimulem o raciocínio lógico e a criatividade dos alunos.

Ademais, é fundamental que os futuros professores possuam uma base sólida em campos como geometria, álgebra e cálculo, a fim de que possam comunicar de maneira clara e confiante os princípios e instrumentos indispensáveis à compreensão dos conceitos.

A pandemia trouxe à tona a constatação de que há uma defasagem na educação, o que significa que existem deficiências significativas na maneira como o sistema educacional está estruturado e como as aulas são ministradas. A mudança para o ensino remoto destacou ainda mais as disparidades existentes em relação ao acesso à tecnologia e à internet, bem como à falta de recursos e infraestrutura adequados em algumas escolas. Revelou a necessidade de inovação e adaptação dos métodos de ensino, uma vez que muitos professores e alunos enfrentaram desafios ao lidar com novas tecnologias e modos de aprendizado. É fundamental que as escolas e universidades busquem alternativas para aprimorar o ensino da disciplina, como o ensino híbrido e a utilização de recursos tecnológicos, além de investir na formação qualificada dos professores, por meio de programas como a Residência Pedagógica, que têm como objetivo aperfeiçoar a formação dos futuros docentes e promover a integração entre a universidade e a escola.

3. NÍVEIS DE APRENDIZAGEM

Sabe-se que diversos fatores influenciam os níveis de aprendizagem, tais como o desempenho individual dos alunos, a abordagem pedagógica utilizada pelo docente, a clareza e adequação do conteúdo ensinado, a estrutura da escola e seu corpo docente, além de outros aspectos relevantes para a vida escolar do aluno. Observar esses pontos é essencial para avaliar o nível de proficiência do aluno e qualificá-lo adequadamente.

De acordo com as diretrizes do Currículo Paulista, não devemos restringir a aprendizagem apenas ao espaço da sala de aula. Após o período de pandemia, durante o qual os alunos ficaram confinados em casa, é importante aproveitar o momento para levá-los a outros ambientes, como a sala de leitura, o pátio da escola, a quadra e até mesmo fora da escola, caso seja possível. Nesse sentido, pensando na importância de existir diferentes espaços dentro da escola, Dessen e Polônia afirmam:

Nas escolas, o pátio é palco de interações entre alunos, professores, gestores e demais funcionários da instituição. Esse espaço é um ambiente de aprendizagem, entendendo-se assim como extensão da sala de aula, que proporciona às crianças, as primeiras construções de interação social (Dessen e Polônia, 2007 apud Fernandes, 2008, p.42).

Considerando esses fatores, é comum destacar a importância da formação contínua dos professores, que buscam constantemente adquirir mais

conhecimentos e aprimorar sua capacidade de ensinar os alunos. Além disso, os estudantes devem se esforçar para lidar com as demandas atuais da educação, considerando seu ambiente e situação de aprendizagem. De fato, todo esforço pode ser em vão se o aluno não estiver disposto a aprender ou não estiver aberto a novos modelos de ensino, que podem diferir do que eles estão acostumados. Portanto, é crucial levar em conta os níveis de aprendizado de cada indivíduo.

É possível que os níveis de desempenho de um aluno variem em diferentes disciplinas. Essa questão é frequentemente abordada nas escolas, em reuniões e nas Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC), onde os professores discutem estratégias para avaliar o desempenho de cada aluno, incentivar sua curiosidade e motivá-lo a buscar níveis mais avançados de conhecimento.

Os docentes aderem aos padrões e habilidades delineados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de acordo com a ano/série em que estão lecionando. Como previamente mencionado, eles avaliam cuidadosamente o nível de compreensão dos alunos em relação às habilidades necessárias para o ano correspondente. Além das avaliações conduzidas pelos professores e pela escola, o governo do estado de São Paulo realiza exames em anos específicos para avaliar o nível de proficiência alcançado pelos estudantes. Sob esse mesmo ponto de vista, a BNCC defende a ideia de reconhecer os estudantes como seres individuais, cada um com sua particularidade e necessidade específica dentro da sala de aula, segundo a Base Nacional Comum Curricular:

“[...] Diante desse quadro, as decisões curriculares e didático-pedagógicas das Secretarias de Educação, o planejamento do trabalho anual das instituições escolares e as rotinas e os eventos do cotidiano escolar devem levar em consideração a necessidade de superação dessas desigualdades. Para isso, os sistemas e redes de ensino e as instituições escolares devem se planejar com um claro foco na equidade, que pressupõe reconhecer que as necessidades dos estudantes são diferentes”.

O governo do estado de São Paulo aplica diversas avaliações para medir o desempenho dos estudantes, como por exemplo:

SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo): avaliação anual aplicada a alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, com o objetivo de avaliar o nível de aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática.

PROVA BRASIL: avaliação nacional aplicada a estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental, com o objetivo de avaliar o nível de aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática.

SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica): promovido pelo Ministério da Educação (MEC) com o objetivo de traçar um panorama da educação básica no País.

Dentro dessas avaliações, existem quatro níveis de aprendizado, sendo o primeiro abaixo do básico, em que o aluno não tem domínio dos conteúdos trabalhados no seu ano/série; o segundo é o nível básico, no qual o aluno possui um conhecimento superficial do conteúdo trabalhado, conforme o nome sugere; o terceiro é o nível adequado, em que os alunos estão seguindo o ritmo do ano/série, compreendendo os conteúdos completamente. Por último o avançado, que está além daquilo que é passado, por exemplo, o aluno está no segundo ano do ensino médio, mas ele consegue realizar as atividades com muita facilidade e caso o professor passe um conteúdo à frente do seu, ele vai conseguir realizar também, pode ser que não seja com a mesma facilidade, mas é isto que está sendo feito com os alunos, instigando-os a saber mais.

Os critérios das avaliações do SAEB e SARESP do terceiro ano do ensino médio serão analisados. Ambos os exames seguem essencialmente os mesmos critérios, uma vez que o SARESP utiliza a mesma escala do Saeb e da Prova Brasil. A escala de proficiência do Saeb é composta por 10 níveis, os quais são divididos por habilidades e classificados em quatro níveis de desempenho. De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), os níveis são:

Nível 1: Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250, com habilidade nos temas, tratamentos de informações.

Nível 2: Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275, com habilidades nos temas, espaço e forma; números e operações; álgebra e funções; tratamento de informações. A partir do nível 2, é considerado que os alunos compreendem o nível que está e o(s) anterior(es).

Nível 3: Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300, com habilidades nos temas, números e operações; álgebra e funções.

Nível 4: Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325, com habilidades nos temas, grandeza e medidas; números e operações; álgebra e funções.

Nível 5: Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350, com habilidades nos temas, grandezas e medidas; números e funções.

Nível 6: Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375, com habilidades nos temas, espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações; álgebra e funções.

Nível 7: Desempenho maior o igual a 375 e menor que 400, com habilidades nos temas, espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações; álgebra e funções.

Nível 8: Desempenho maior ou igual a 400 e menor que 425, com habilidades nos temas, espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações; álgebra e funções.

Nível 9: Desempenho maior ou igual a 425 e menor que 450, com habilidades nos temas, espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações; álgebra e funções;

Nível 10: Desempenho maior que 450, com habilidades nos temas, números e operações; álgebra e funções.

Conforme citado anteriormente, os quatro níveis de desempenho são:

Tabela 1- Níveis de proficiência

Abaixo do básico	<275
Básico	275 a 349
Adequado	350 a 399
Avançado	≥400

Fonte: Autoria Própria

Essas avaliações e parâmetros são úteis para avaliar o ensino e ajudam a equipe gestora a tomar as medidas necessárias para alcançar os alunos em seus respectivos níveis e promover seu desenvolvimento.

De acordo com a análise feita pela plataforma SARESP, mediante os resultados das avaliações dos alunos de ensino médio, é evidente notar as dificuldades enfrentadas pelos alunos em um cenário pós-pandêmico. Fez-se necessário recomeçar e reformular o pensamento sobre o novo contexto educacional, para eles:

“[...] reitera-se a necessidade de um olhar próximo do professorado para as dificuldades que os estudantes estão trazendo nessa retomada de ensino presencial. Muitas delas exigirão um recomeçar e um ressignificar de ideias que já haviam sido superadas em anos anteriores por boa parte dos estudantes. Ou seja, mais do que relembrar conquistas anteriores, será necessário conquistá-las uma vez mais”.

Tais análises são exemplificadas no modelo abaixo, retirado do site oficial do SARESP, que se trata de conclusões a respeito do resultado dos alunos de 9º ano de 2022, atual 1º ano do Ensino Médio, que se encontram no nível abaixo do básico.

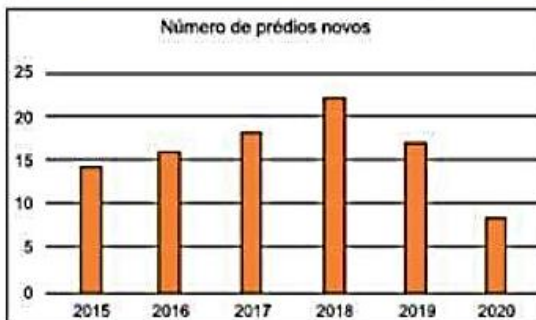
3.1 Exemplo

A seguir, será apresentado um exemplo de questão do SARESP do ano de 2022, aplicada ao 9º anos finais, atual 1º ano do Ensino Médio:

H43 - Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Figura 1- Questão SAESP

O gráfico mostra o número de prédios novos construídos em uma cidade, nos anos de 2015 até 2020.



As informações apresentadas nesse gráfico, também podem ser representadas em uma tabela. Assinale a alternativa que contém a tabela que representa as informações do gráfico.

(A)

Ano	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Número de prédios novos	13	17	20	22	18	8

(B)

Ano	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Número de prédios novos	14	16	19	21	17	10

(C)

Ano	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Número de prédios novos	14	16	18	22	17	8

(D)

Ano	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Número de prédios novos	11	17	19	21	18	8

INDICADORES			PERCENTUAIS DE ACERTOS				PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	D	a	b	c
C	Fácil	Excelente	5,5	8,6	82,2	3,4	1,234	-1,209	0,071

Fonte: <https://saesp.vunesp.com.br/>

O item apresentado aborda a habilidade de associar as informações presentes em um gráfico de colunas a uma tabela simples. A obtenção da resposta depende da leitura correta dos dados apresentados no gráfico, sendo que:

No ano de 2015 foram construídos menos de 15 novos prédios, já no ano seguinte, 2016, o número foi um pouco maior que 15, em 2017, se aproximou de 20, superando esse número no ano de 2018, registrando em torno de 22,5 novos prédios, sendo este o maior valor manifestado no gráfico. Entretanto, no ano de 2019, o número de prédios construídos caiu, voltando às quantidades observadas em 2016 e 2017, número que abaixou drasticamente no ano de 2020, quando menos de 10 prédios foram produzidos.

Com base nas informações apresentadas, pode-se concluir que a opção correta é a alternativa (C). Cerca de 82% dos estudantes responderam corretamente a essa questão, que é considerada fácil e possui um excelente índice

de discriminação para distinguir o desempenho dos estudantes nos grupos de Maior e Menor Desempenho na prova.

É relevante destacar que aproximadamente 9% dos participantes escolheram o distrator (B), cujos valores na tabela são muito próximos da alternativa correta. Esse aspecto é especialmente significativo, pois as colunas estão posicionadas entre as linhas de grade de apoio do gráfico. Além disso, é importante notar que apenas o dado de 2020 não se alinha com a leitura do gráfico. Portanto, é provável que os estudantes que optaram por essa resposta possam fazer a associação correta, mas precisam aprimorar sua compreensão em situações que envolvam conjuntos de dados mais amplos.

É essencial ressaltar a necessidade de os estudantes melhorarem sua habilidade de leitura e interpretação do comando da questão, pois observou-se que, em algumas situações com tabelas de múltiplas entradas, eles podem indicar como correta uma representação gráfica que apresenta os dados de uma entrada diferente daquela solicitada.

Por exemplo, uma tabela que apresentava dados de vacinação em alguns estados, continha as seguintes informações: número de doses disponibilizadas, porcentagem de pessoas vacinadas e população total.

Para esse item o comando era identificar o gráfico que representava corretamente o número de doses disponibilizadas. Mesmo assim, 28% dos respondentes indicaram como resposta um gráfico que trazia os números presentes na coluna do % de pessoas vacinadas. Ou seja, esses estudantes souberam reconhecer dados da tabela num gráfico, porém não os dados solicitados.

Por outro lado, resultados não tão bons são constatados quando a tarefa propõe a associação entre um gráfico de setores com valores em porcentagem e uma tabela com valores absolutos. Esse tipo de tarefa exige mais do que a simples transposição dos dados de uma tabela para um gráfico, pois requer que o estudante transforme aqueles números absolutos em parte de um todo, uma vez que o gráfico de setores possui essa característica associada a ideia de frequência relativa.

4. RELATO DE EXPERIÊNCIA

No atual contexto educacional, a educação convencional, aplicada antes da pandemia do Covid-19, não é mais viável. Nesse sentido, o Programa de Residência Pedagógica surge como uma alternativa interessante para a formação de professores de Matemática e aprendizagem dos alunos, como já citado anteriormente.

Com o intuito de promover novas experiências aos licenciandos, o Uni-FACEF, em parceria com a CAPES, lançou um edital do programa em 2022, e

fortaleceu sua parceria com três escolas públicas da cidade de Franca. Este relato se concentrará em uma das escolas, apresentando seu contexto social e educacional, bem com relatos de aulas ministradas a partir do dia 27 de março.

Portanto, o Programa de Residência Pedagógica se torna mais uma ferramenta que pode desempenhar um papel fundamental no auxílio aos estudantes e professores do Ensino Médio para superação de desafios. Por meio das observações e participações em atividades educacionais em escolas de Ensino Médio, os estudantes da instituição de ensino superior contam com a oportunidade de auxiliar os professores na elaboração de planos de aula e na aplicação de atividades pedagógicas que visem suprir as lacunas de aprendizagem de Matemática deixadas pela pandemia.

Além disso, o Residência Pedagógica permite que os estudantes da instituição de ensino superior observem e vivenciem práticas pedagógicas inovadoras e eficazes, que podem ser replicadas em outras escolas e contextos educacionais. Isso pode contribuir para uma melhoria significativa na qualidade do ensino de Matemática em todo o país.

Pensando no contexto apontado no decorrer do artigo, é possível afirmar que sempre existiram lacunas na aprendizagem dos alunos, as quais podem ser originadas de inúmeros fatores; tais como: a realidade social em que o estudante está inserido, o histórico escolar (diferentes escolas e professores que teve contato) ou até mesmo o local em que a escola está são elementos que influenciam positiva ou negativamente a aprendizagem. Nessa perspectiva, em um cenário pós-pandêmico é válido afirmar que essas lacunas se acentuaram. Assim, a pandemia tornou-se mais um fator influenciador das lacunas de aprendizagem Matemática.

Segundo o artigo “Ensino em tempo integral e segmentação da oferta: análise dos programas Ensino em Tempo Integral (ETI) e Programa de Ensino Integral (PEI) na rede pública estadual de São Paulo”, segundo as Diretrizes do Programa Ensino Integral:

“Uma escola de ensino integral funciona de forma diferente das escolas regulares, uma vez que os alunos passam a ter aulas durante todo o dia. As escolas de ensino integral oferecem uma carga horária maior, podendo chegar até 9 horas diárias, com atividades curriculares e extracurriculares”. (PROGRAMA ENSINO INTEGRAL, 2022, p. 13).

As atividades extracurriculares oferecidas pelas escolas de ensino integral são variadas e incluem práticas esportivas, artísticas, culturais e tecnológicas. Essas atividades são planejadas para complementar as atividades curriculares e proporcionar uma formação ampla e completa para os alunos.

As escolas de ensino integral também oferecem um currículo diferenciado, que valoriza o desenvolvimento de habilidades e competências em diversas áreas do conhecimento. O currículo é integrado, ou seja, as disciplinas são

trabalhadas de forma interdisciplinar, visando uma compreensão mais ampla e profunda dos conteúdos.

Ademais, essas escolas contam com uma equipe pedagógica ampla e qualificada, que inclui professores, coordenadores e supervisores. Essa equipe é responsável por planejar e desenvolver atividades que contribuam para o desenvolvimento integral dos alunos.

Para ingressar em uma escola de ensino integral, o aluno deve passar por um processo seletivo, que inclui uma análise de rendimento escolar e entrevista com a equipe pedagógica. Vale ressaltar que as escolas de ensino integral são oferecidas gratuitamente pelo governo estadual de São Paulo, sendo uma opção acessível para famílias de baixa renda.

Pensando no aprendizado matemático dos estudantes de ensino médio, afirma-se a necessidade do aluno em ter tido uma boa experiência em seus anos letivos do Ciclo I, anos iniciais e ciclo II, anos finais. Em outras palavras, é necessário que o estudante tenha uma boa base Matemática para que consiga acompanhar os novos conteúdos que serão apresentados para ele no ensino médio.

Sob esse mesmo viés, notou-se então que alguns alunos chegam no Ensino Médio sem possuírem conhecimentos básicos, o que implica diretamente no que seria passado como novo conteúdo. Por isso, as lacunas de aprendizagem evidenciam-se, havendo uma discrepância entre o conhecimento de jovens de uma mesma sala. Com isso, o professor enfrenta dificuldades em conduzir a turma, já que, devido aos diferentes níveis, com alguns é necessário reforçar conceitos básicos, enquanto, com outros é necessário avançar no conteúdo.

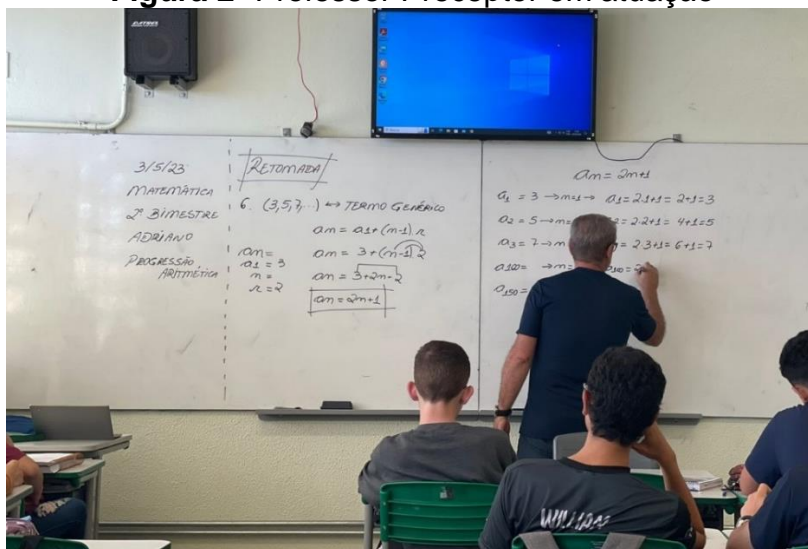
Durante esse período de observação, acompanhamos diversas turmas do ensino médio e percebemos as dificuldades enfrentadas por alguns alunos, em especial, um aluno para o qual utilizaremos o nome fictício de José.

Ele tinha muita dificuldade em Matemática básica, e isso estava afetando seu desempenho em outras disciplinas que envolviam cálculos simples e na própria disciplina de Matemática. Ele não conseguia acompanhar o ritmo da turma e apresentava muitas dúvidas que o deixavam frustrado e desmotivado.

O professor regular da turma, após identificar os problemas, preparou atividades específicas para ajudá-lo a compreender melhor os conceitos básicos de Matemática. Essas atividades eram mais simples e lúdicas, e foram utilizadas para ajudar o aluno em específico a compreender melhor os conceitos. Tais delas eram exercícios de situação-problema envolvendo as quatro operações matemáticas básicas. É importante destacar que o aluno realizou essas atividades em parceria com outro estudante que também se encontra em um nível considerado abaixo do básico. No entanto, em comparação aos demais colegas de classe, o aluno enfrentou ainda mais dificuldades em sua aprendizagem.

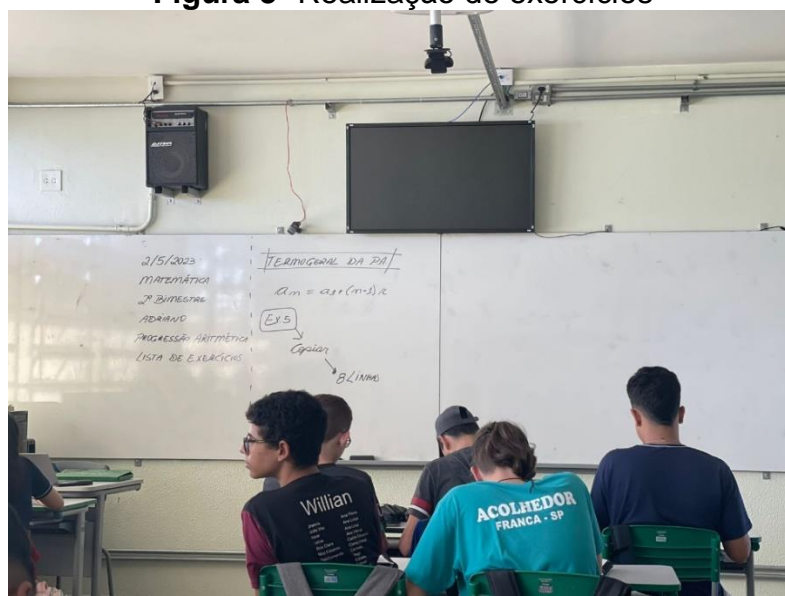
Também deve ser ressaltado que tais níveis de proficiência foram obtidos através do resultado do Saesp de anos anteriores dos estudantes, atualmente inseridos no primeiro ano do ensino médio da escola de tempo integral.

Figura 2- Professor Preceptor em atuação



Fonte: Autoria Própria.

Figura 3- Realização de exercícios



Fonte: Autoria Própria.

Com esse auxílio do docente da sala, o aluno passou a se envolver mais nas atividades propostas pelo professor. Ele demonstrou uma melhora significativa em seu desempenho em Matemática, compreendendo melhor os conceitos básicos e conseguindo acompanhar melhor as aulas em sala de aula. O professor regular da turma percebeu que esse tipo de atividade personalizada poderia ajudar outros alunos com dificuldades em Matemática. Portanto, em algumas de suas aulas, o professor planeja atividades semelhantes para serem realizadas no momento da turma. Desse modo, observamos que, nessas aulas, os

discentes são separados de acordo com os níveis de proficiência para realizarem atividades parecidas, sendo elas avançadas ou para retomada de conceitos prévios. Já em outras aulas, o professor faz uma proposta diferente à turma, mesclando alunos de níveis diferentes em um mesmo grupo, realizando atividades próprias do primeiro ano do ensino médio. O objetivo é que haja uma cooperação e que um aluno possa auxiliar outro, por serem de níveis de aprendizagem diferentes. Assim, o professor observado nesse presente relato, mostrou-se muito comprometido com o aprendizado de seus alunos, independentemente do nível de proficiência que eles apresentassem, seja ele abaixo do básico, básico, adequado ou avançado. O docente buscou e busca integrar um nível com outro, proporcionando o trabalho em equipe entre os alunos, incentivando o respeito ao próximo e ensinando os jovens a lidarem com a diferença.

Indubitavelmente, acreditamos que a prática adotada pelo professor preceptor é de grande valia no ambiente escolar, em que é notória a disparidade entre os níveis de proficiência de um aluno para outro, da escola em tempo integral. Sua prática teve efeitos positivos nas relações interpessoais e serve de exemplo para as demais escolas de ensino médio, sejam elas PEI ou não, a lidarem com a educação dos alunos após a pandemia do Covid-19.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas informações apresentadas neste trabalho, podemos concluir que as deficiências na aprendizagem de Matemática no período pós-pandêmico são uma realidade enfrentada por diversas escolas. A interrupção das aulas presenciais, a falta de recursos tecnológicos e o impacto emocional vivenciado pelos alunos durante a pandemia são alguns dos fatores que contribuíram para essa situação.

No entanto, é possível abordar essas deficiências por meio de estratégias e metodologias que considerem as necessidades individuais de cada aluno. Como destacado, é essencial que os professores assumam uma postura proativa e busquem soluções criativas para auxiliar os estudantes a superar suas dificuldades.

Nesse sentido, é importante que as escolas invistam em capacitação para os professores, a fim de que eles possam desenvolver abordagens pedagógicas adequadas para atender às demandas específicas de cada aluno. Além disso, a tecnologia pode desempenhar um papel significativo nesse processo, possibilitando a criação de recursos educacionais mais interativos e personalizados.

Em resumo, as lacunas na aprendizagem de Matemática no contexto pós-pandêmico representam um desafio para o sistema educacional, mas também uma oportunidade de repensar e reinventar a forma como a educação é oferecida. É necessária uma colaboração entre alunos, professores, escolas e governos para

assegurar que todos os estudantes tenham acesso a uma educação de qualidade, preparando-os para enfrentar os desafios do presente e do futuro.

REFERÊNCIAS

Campbell, P. F. (2018). Mathematics education in a time of crisis: A roadmap. *Mathematics Education Research Journal*, 30(3), 241-256.

Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://centrodemidiasp.educacao.sp.gov.br/materiais-de-orientacao/> . Acesso em: 06 de abr. de 2023.

COSTA, Patrícia Coelho da et al. O pátio escolar como espaço de aprendizagem na educação infantil. In: *Anais do 5º Encontro Nacional de Licenciaturas (ENALIC) e 4º Encontro Nacional do PIBID (ENAPIBID) e 1º Encontro Nacional de Docência (INIDOC)*, 2015.

Educação escolar em tempos de pandemia. Disponível em: <https://www.fcc.org.br/fcc/educacao-pesquisa/educacao-escolar-em-tempos-de-pandemia> . Acesso em: 06 de abr. de 2023.

Ensino Remoto: entenda como ele estimula novas formas de aprendizado. Disponível em: <https://idocode.com.br/blog/educacao/ensino-remoto/> . Acesso em: 06 de abr. de 2023.

FERNANDES, Mônica de Fátima. O pátio como espaço de aprendizagem na educação infantil. Monografia (Graduação em Pedagogia) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Marília, 2008.

Ferreira, L. F., & Bittencourt, J. A. (2020). Ensino remoto e práticas pedagógicas em tempos de pandemia: o olhar dos professores. *Revista Conexão Eletrônica*, 19(2), 68-78. Disponível em: <https://revistas.una.br/index.php/conexao/article/view/2472>.

INEP. Escala de proficiência – Matemática. Brasília, DF: Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas educacionais Anísio Teixeira, 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/escala/escala_proficiencia/2018/MT_3EM.pdf. Acesso em: 27 abril. 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abril. 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio>. Acesso em: 05 mai. 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Indicadores educacionais. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/indicadores-educacionais#:~:text=S%C3%A3o%20eles%3A%20M%C3%A9dia%20de%20alunos%20Complexidade%20da%20gest%C3%A3o%20da%20escola>. Acesso em: 07 mai. 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. PISA 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil. Portal MEC, Brasília, 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil>. Acesso em: 06 abr. 2023.

MEC. PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/avaliacoes-e-exames-educacionais/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-estudantes>. Acesso em: 12 maio 2023.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. Reston, VA: Author.

PENUEL, W. R., Fishman, B. J., Yamaguchi, R., & Gallagher, L. P. (2007). What makes professional development effective? Strategies that foster curriculum implementation. *American educational research journal*, 44(4), 921-958.

OLIVEIRA, Edinaldo Aguiar de. Ensino remoto: o desafio na prática docente frente ao contexto da pandemia. *Revista Educação Pública*, v. 21, nº 28, 27 de julho de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/28/ensino-remoto-o-desafio-na-pratica-docente-frente-ao-contexto-da-pandemia>

PROGRAMA ENSINO INTEGRAL. Diretrizes do Programa Ensino Integral. São Paulo: Secretaria da Educação, 2022.

SARESP. São Paulo: VUNESP, 2021. Disponível em: <https://saresp.vunesp.com.br/>. Acesso em: 05 abr. 2023.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. Currículo Paulista: etapa Ensino Médio. São Paulo, SP: SEE, 2020. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2020/08/CURR%C3%8DCULO%20PAULISTA%20etapa%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf>. Acesso em: 02 maio 2023.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. SARESP. Disponível em: <https://dados.educacao.sp.gov.br/story/saresp>. Acesso em: 07 mai. 2023.

Veiga, L. (2020). Ensino remoto emergencial na pandemia de COVID-19: desafios e possibilidades. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 28(109), 771-787. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ensaio/v28n109/1809-4465-ensaio-28-109-00771.pdf>.

UM ESTUDO DOS DOCUMENTOS QUE NORTEIAM E ORIENTAM A EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL: com ênfase na área de Matemática e suas Tecnologias

Isabela Figueiredo dos Reis Silva
Licencianda em Matemática – Uni-FACEF/Bolsista CAPES
isahfigueiredo@hotmail.com

Karina Visconde Martins
Mestre em Educação/Bolsista CAPES
ka.visconde@gmail.com

Mateus Bernardes Ferreira
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF/Bolsista CAPES
ferreiramateus00@hotmail.com

Otávio Cesar Francisconi de Oliveira
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF/Bolsista CAPES
francisconiotavio@gmail.com

Ryan Felipe Luiz Alves
Licenciando em Matemática – Uni-FACEF/Bolsista CAPES
ryanfelipe2211@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A educação é um dos pilares fundamentais para o desenvolvimento de uma sociedade, e o planejamento curricular é um elemento central nesse processo. No Brasil, as diretrizes nacionais para o currículo têm passado por significativas transformações ao longo dos anos, buscando adequar-se às demandas contemporâneas e promover uma educação de qualidade, inclusiva e voltada para a formação integral dos estudantes.

Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), lançados em 2000, e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), instituída em 2018, desempenham papéis essenciais na definição das diretrizes curriculares para a educação básica no Brasil. Ambos os documentos foram elaborados pelo Ministério da Educação e visam orientar as escolas na organização e implementação dos currículos nas diferentes etapas e modalidades de ensino.

Este artigo tem como objetivo realizar uma análise comparativa entre os PCNs de 2000 e a BNCC de 2018, com o intuito de identificar as principais mudanças e continuidades entre esses marcos curriculares. Pretende-se investigar como esses documentos refletem as transformações ocorridas no cenário educacional brasileiro ao longo desses períodos, considerando as demandas sociais, tecnológicas e pedagógicas da contemporaneidade.

Serão abordados diferentes aspectos dos documentos, como a concepção de currículo, a organização curricular por áreas do conhecimento. Além disso, serão analisadas as influências dos PCNs no processo de construção da BNCC, considerando as possíveis continuidades, rupturas e aprimoramentos realizados.

Através dessa análise comparativa, busca-se contribuir para o entendimento das mudanças e permanências nas diretrizes curriculares brasileiras, promovendo uma reflexão sobre os desafios e as possibilidades de melhoria na educação do país. Compreender as transformações ocorridas nos documentos norteadores do currículo é fundamental para uma prática pedagógica mais consistente, que promova a formação de cidadãos críticos, participativos e preparados para os desafios da sociedade atual.

2. O PCN

Na década de 1990, o PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) foi criado com o objetivo de padronizar o currículo nacional, estabelecendo um conteúdo mínimo a ser ensinado na educação básica. Essa busca pela uniformização do ensino tem sido uma constante na história das políticas públicas de educação no Brasil realização das provas em larga escala, como Prova Brasil, ENEM, entre outras. A fim de analisar os resultados e promover políticas públicas de melhoria na educação.

Em uma versão preliminar, em dezembro de 1995, o PCN foi elaborado por um grupo de professores e especialistas reunidos pelo MEC e, após análise por profissionais de universidades e secretarias de educação, uma nova versão foi apresentada em agosto de 1996 e discutida em reuniões regionais. Em setembro do mesmo ano, a versão final foi apresentada ao Conselho Nacional de Educação (CNE) para deliberação. Em outubro de 1997, o presidente Fernando Henrique Cardoso anunciou que todo professor do Brasil receberia o material produzido para o Ensino Fundamental I, e o material referente ao Ensino Fundamental II foi disponibilizado pouco menos de um ano depois.

Os objetivos educacionais do Ensino Médio foram descritos minuciosamente em uma resolução (01/06/98), que interpretou e ampliou as diretrizes previamente apresentadas em um subsídio elaborado pela SEMTEC/MEC e encaminhado à Câmara de Educação Básica do Conselho Nacional de Educação.

3. AS COMPETÊNCIAS FUNDAMENTAIS DO PCNEM

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), a área de Ciências da Natureza e Matemática tinha como base três competências fundamentais, que são:

1. Representação e comunicação: que envolvem a habilidade de ler, interpretar e produzir textos em diferentes linguagens e formas textuais específicas dessa área do conhecimento. Investigação e compreensão: que se caracterizam pela capacidade de enfrentar e resolver situações-problema, utilizando conceitos e procedimentos próprios do pensamento e prática científicos.
2. Contextualização das ciências no âmbito sociocultural: por meio da análise crítica das ideias e recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas pelo conhecimento científico.

A proposta de Matemática dos PCNEM é que cada escola e grupo de professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências almeçadas. Para isso, é importante selecionar temas que permitam ao aluno desenvolver as competências descritas, que tenham relevância científica e cultural, permitam uma articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos, sejam adequados ao nível de desenvolvimento cognitivo do aluno e sejam dinâmicos e flexíveis, permitindo ajustes e adaptações de acordo com as necessidades e interesses dos alunos, bem como a atualização e ampliação dos conhecimentos.

4. TEMAS ESTRUTURADORES DO ENSINO DA MATEMÁTICA DE ACORDO COM A PCNEM

Para o desenvolvimento das competências desejadas é necessário considerar diversos fatores relacionados ao planejamento, como a escolha de temas relevantes para a disciplina, a análise dos recursos e métodos de ensino, além de cuidar dos tempos e espaços adequados para a aprendizagem. O estudo de temas como números, álgebra, medidas, geometria e estatística envolve diferentes formas de pensamento matemático e contextos de aplicação, com importância histórica. Para evitar excesso de informações, é preciso escolher temas utilizando critérios orientadores.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem três eixos temáticos para o ensino de Matemática no ensino médio, que permitem o desenvolvimento de competências relevantes do ponto de vista científico e cultural, com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos. Esses temas devem ser abordados de forma simultânea nas três séries do ensino médio. São eles:

- Álgebra: números e funções

- Geometria e medidas
- Análise de dados

5. ÁLGEBRA: NÚMEROS E FUNÇÕES

No ensino médio, esse tema trata de números e variáveis em conjuntos infinitos, frequentemente contínuos, considerados completos. Os objetos de estudo incluem os campos numéricos dos números reais, eventualmente números complexos, e funções e equações com variáveis ou incógnitas reais. Esse eixo temático é desenvolvido por meio de duas unidades temáticas: variação de grandezas e trigonometria.

Em ambas unidades temáticas são propostos os conteúdos e habilidades específicas a serem desenvolvidas pelos estudantes. Na **variação de grandezas** é observado a noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; sequências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas. Tudo isso desenvolvendo habilidades como o reconhecimento e utilização da linguagem algébrica, interpretação e leitura de gráficos, compreensão e associação com a vida cotidiana e identificação de regularidades.

Na **trigonometria** os conteúdos abordados são, a trigonometria do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta. Utilizando de habilidades como a interpretação de modelos de situações-problema que envolvam medições e a compreensão do conhecimento científico tecnológico como resultado da construção humana baseado em aspectos histórico e sociais.

6. GEOMETRIA E MEDIDAS

No ensino médio, a geometria trata das formas planas e tridimensionais e como elas são representadas em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Para o desenvolvimento desse tema, são propostas quatro unidades temáticas: geometria plana, geometria espacial, geometria métrica e geometria analítica.

Na **geometria plana** se é trabalhado semelhança e congruência; representações de figuras. Desenvolvendo habilidades como o uso de escalas; análise e interpretação de figuras planas, identificação de dados e relações geométricas em situações-problema e outros.

Já na **geometria espacial** estuda-se elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos. Desse modo, é trabalhado habilidades como o uso do conhecimento geométrico

paraleitura, compreensão e ação sobre a realidade; a compreensão de postulados ou axiomas; e outros.

A **geometria métrica** abrange o conteúdo de áreas e volumes; estimativa, valorexato e aproximado. Atingindo as habilidades do uso de diversas formas para realizar cálculos; precisão de dados e resultados; e a utilização das propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas.

Por fim, a **geometria analítica** aborda as representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras. Desenvolvendo no estudante as habilidades de interpretação e uso de modelos para resolução de problemas geométricos; construção de visão sistemática dos diferentes campos da matemática; e outros.

7. ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados constitui o terceiro eixo ou tema estruturador do ensino médio. O tema tem como objetos de estudo os conjuntos finitos de dados, que podem ser numéricos ou informações qualitativas, o que dá origem a procedimentos bem distintos daqueles dos demais temas, pela maneira como são feitas as quantificações, usando-se processos de contagem combinatórios, frequências e medidas estatísticas e probabilidades. Este tema pode ser organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade.

A **estatística** estuda a descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão. Tendo como habilidades a serem desenvolvidas se encontra a identificação de formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de aspecto social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata; a leitura e interpretação de dados e informações de caráter estatístico; a obtenção de médias e avaliação de desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.

Por outro lado, a **contagem** trabalha o princípio multiplicativo e problemas de contagem. As habilidades que a compõe são, a decisão da forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos; a identificação de regularidades para estabelecer regras e propriedades em processos nos quais se fazem necessários os processos de contagem; a identificação de dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem.

Enfim a **probabilidade**, que estuda as possibilidades e o cálculo de probabilidades. Desenvolvendo habilidades como o reconhecimento do caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de

prever resultados; a quantificação e previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.

7.1 A BNCC e o que ela apresenta ao ensino médio

Antes de apresentar a BNCC referente ao ensino médio é preciso apropriar-se de alguns termos essenciais, além disso é fundamental a compreensão de como a BNCC apresenta e estabelece os seus conjuntos de aprendizagens na educação básica.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que estabelece um conjunto de aprendizagens essenciais para todos os alunos da Educação Básica. Onde o objetivo é garantir que todos os discentes possam ter seus direitos de aprendizagem e de desenvolvimento garantidos de acordo com o Plano Nacional de Educação (PNE). Além disso vale destacar que a BNCC é aplicável apenas à educação básica, conforme o §1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana e integral além disso busca promover à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, buscando sempre como referência as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica(DCN).

7.2 Estrutura da BNCC

A BNCC no ensino médio tem como princípio a continuidade do que foi proposto nas educações que antecede a mesma, seja elas a educação infantil e o ensino fundamental. Assim para o melhor estruturamento e aplicação, a base nacional comum curricular é subdividida pelas competências gerais que promovem e orientam sobre os conteúdos essenciais a serem ofertados pelos diferentes sistemas, redes e escolas.

7.3 HABILIDADES

As habilidades se relacionam diretamente as competências específicas que serão trabalhadas nas escolas, são descritas habilidades a ser desenvolvidas ao longo da etapa escolar, dessa forma as habilidades norteiam os docentes a seguir um ensino igualitário a todas as redes de ensino, vinculando-as aos seus currículos.

7.4 A Área de Matemática e suas Tecnologias

A BNCC no ensino médio busca dar continuidade, ampliando a área de conhecimento que foram desenvolvidas em anos anteriores, desse modo, no ensino médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática aplicada a realidade, sendo assim para o melhor aproveitamento do conteúdo o professor deve levar em consideração as vivências, as condições socioeconômicas e o cotidiano dos estudantes do ensino médio. Assim tais considerações buscam potencializar e promover ações que estimulem o processo de reflexão e de abstração, onde se promove o pensamento criativo, analítico, indutivo, dedutivo, e sistêmico favorecendo as tomadas de decisões de cada indivíduo. Desse modo, para que o propósito da BNCC seja concretizado, os estudantes devem desenvolver habilidades de raciocinar, representar, argumentar e comunicar.

Para garantir que todas as habilidades sejam cumpridas no ensino médio na área de Matemática e suas Tecnologias, o documento foi dividido em cinco competências específicas, cada competência pode trabalhar com uma ou mais habilidades, porém foi estabelecido que a classificação da habilidade se dá pela maior afinidade quando relacionadas, assim o documento busca a todo momento enfatizar o processo investigativo, possibilitando aos alunos a busca pelo conhecimento, mesmo que tenha trago defasagens de aprendizado de outras séries do ensino fundamental. Portanto será trabalhado com cada competência em específico para o melhor entendimento.

7.5 Área de Conhecimento

No ensino médio a BNCC está organizada pelas áreas de conhecimento (Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias). De acordo com (Parecer CNE/CP nº 11/2009), essa organização da BNCC:

Não exclui necessariamente as disciplinas, com suas especificidades e saberes próprios historicamente construídos, mas, sim, implica o fortalecimento das relações entre elas e a sua contextualização para apreensão e intervenção na realidade, requerendo trabalho conjugado e cooperativo dos seus professores no planejamento e na execução dos planos de ensino (Parecer CNE/CP nº 11/2009).

Essa organização contribui diretamente para a assimilação dos conhecimentos e conceitos desenvolvidas nas escolas.

7.6 Competência Específica

Na BNCC as áreas de conhecimento são desenvolvidas de acordo com as competências específicas de cada uma que será trabalhada no ano letivo, além disso as competências específicas ajudam na construção dos itinerários formativos.

7.6.1 Primeira Competência Específica

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral (BRASIL, Ministério da Educação, 2018, p. 524).

Essa primeira competência por mais que seja ampla o seu conceito inicial ela é responsável não apenas para a formação cidadã crítica e reflexiva, mas também a formação científica, sendo seres capazes de interpretar e analisar criticamente o que é produzido ou divulgado nos meios de comunicação, trabalhando com as mais diversas generalizações equivocadas de resultados de pesquisa, trabalhando principalmente com a amostragem e dados.

7.6.2 Segunda Competência Específica

Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, Ministério da Educação, 2018, p. 526).

Essa competência amplia o conceito inicial da primeira, visto que neste momento os alunos já são inseridos em situações na qual eles precisam tomar decisões, assim para o desenvolvimento da mesma é trabalhado com os alunos a solução de problemas onde os estudantes precisam identificar e investigar novos conceitos e procedimentos matemáticos para a melhor decisão possível, desse modo, a realização de projetos é uma importante ferramenta para potencializar as investigações no âmbito escolar.

7.6.3 Terceira Competência Específica

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, Ministério da Educação, 2018, p. 527).

Essa competência trabalha principalmente com a interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos, envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais,

estatísticos, probabilístico e entre outros. Além disso essa competência trabalha principalmente com os problemas cotidianos para facilitar o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando assim que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia mais sim questões do mundo e do trabalho.

7.6.4 Quarta Competência Específica

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (BRASIL, Ministério da Educação, 2018, p. 530).

Já essa competência trabalha com a utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, assim ela busca utilizar as representações matemáticas, compreender o que elas expressam e quando possível fazer a conversão entre elas, desse modo, os estudantes adquirem um domínio de um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar

7.6.5 Quinta Competência Específica

e ampliar a capacidade de pensar matematicamente. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, Ministério da Educação, 2018, p. 532).

Essa competência trabalha com a investigação e a formulação de explicações e de argumentos, além disso os estudantes deverão ser capazes de fazer induções por meio de investigações e experimentações, com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, desse modo as habilidades vinculadas a essa competência tem como papel a formação matemática dos estudantes que mediante as suas investigações, devem formular conjecturas e comunicar as suas conclusões. Com isso essa competência contempla ainda a matemática como atividade humana, sujeita a acertos e erros como um processo de buscas, questionamentos, aplicações e de comunicação.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apresentam algumas semelhanças em seus

documentos. Ambos enfatizam a importância das competências e organizam o ensino médio em áreas do conhecimento. No entanto, existem algumas diferenças significativas entre eles.

Uma das diferenças está na forma como abordam as áreas do conhecimento. Os PCNs adotam uma configuração única para a área de ciências da natureza e matemática, enquanto a BNCC trata essas disciplinas separadamente. Isso pode ter implicações na forma como os conteúdos são desenvolvidos e ensinados.

Outra diferença é a abordagem da organização curricular. Os PCNs reorganizam o currículo em áreas do conhecimento para facilitar o desenvolvimento dos conteúdos. Por outro lado, a BNCC tem uma perspectiva mais interdisciplinar, buscando integrar diferentes disciplinas e promover uma visão mais ampla do conhecimento.

Além disso, a BNCC reconhece a tecnologia como uma ferramenta fundamental no processo educacional, enquanto os PCNs destacam a tecnologia principalmente como conhecimento sistemático, ou seja, como conteúdo a ser ensinado.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Acesso em: 06 mai. 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Parecer nº 15, de 1º de junho de 1998. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Diário Oficial da União, Brasília, 26 de junho de 1998. Acesso em: 06 mai. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: A área de matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, p. 524-532, dez. 2018.

Galian, C. V. A.. (2014). Os PCN e a elaboração de propostas curriculares no Brasil. Cadernos De Pesquisa, 44(153), p. 648–669, set. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/198053142768>. Acesso em 11 mai. 2023.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MECSEF, 1998.

BRASIL. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

ÍNDICE**A**

Adriana Aparecida Silvestre Gera Ribeiro, 34, 53
Adriano Henrique Oliveira, 7
Adrielli Silva Polidório, 99
Alberto Grace Centeno, 24
Ana Laura Rodrigues Silva, 99
Ananda Kainne Oliveira Domenegueti, 99
André Borges Peixoto, 7

B

Brínel Florêncio Mota, 83, 87

D

Daniela de Figueiredo Ribeiro, 3

F

Fernanda Cintra Malta Precaro, 83

H

Hitalo Vamilton de Oliveira, 7

I

Isabela Figueiredo dos Reis Silva, 116
Isabella Esteves Carvalho Lopes, 99
Isabella Plácido De Paula Oliveira, 34, 53

J

Jacqueline Nunes de Sousa, 24

K

Karina Visconde Martins, 116

L

Laura Pires de Matos, 24
Letícia Neves Lima Ferreira, 83
Leticia Silva Machado, 7
Lucas Marques Oliveira, 7

M

Marcos Adriano Silva Rodrigues, 24
Marcos Henrique Rodrigues Bianchini, 34
Maria Fernanda Justino Ferreira, 34
Mateus Bernardes Ferreira, 116

N

Nícolas Moscardi Garcia, 83

O

Otávio Cesar Francisconi de Oliveira, 116

P

Pablo Silva Pereira, 83, 91

R

Ryan Felipe Luiz Alves, 116

S

Silvia Regina Viel, 99

ISBN VOLUME



ISBN COLEÇÃO



unifacef.com.br

Av. Dr. Ismael Alonso y Alonso, 2400

0800 940 4688 / (16) 3713-4688



I.C **Uni-FACEF**

Uni-FACEF
Centro Universitário Municipal de Franca